

Глава 12

Механизм формирования сейсмических волн при вибрационном воздействии на грунт

12.1. Вводные замечания

В этой главе описаны процессы или явления, наблюдаемые в ближней зоне вибрационного источника.

Текст адресован прежде всего для сейсмологов – экспериментаторов или организаторов. Поэтому сначала освещаются вопросы общего характера и лишь в последующих пунктах дается решение математических задач. В принципе, слово “вибрационное” можно и не использовать, если условиться, что мы говорим об источниках, которые не разрушают грунт. Поэтому излагаемый здесь материал применим также и для импульсных источников, если только удельная нагрузка (напряжение), действующая на грунт, мала.

При решении задачи о наилучшей передаче силы силовой камеры источника в грунт используются метод электромеханических аналогий Г. А. Гамбурцева и методология, заимствованная из теории электрических цепей. Такой подход не нов, а скорее является традиционным в таких близких для нас областях, как излучение акустических и электромагнитных волн.

Все это не означает, что излагаемый ниже материал доступен только читателям, хорошо знакомым с теорией электрических цепей. Читатели, не привыкшие оперировать электрической терминологией, могут поступать просто: те понятия, которые вводятся ниже и названы “электрическими” именами, они могут представлять как некоторые функции: функция первая, вторая и т. д. – суть от этого не изменится. Строгое математическое определение этих функций, естественно, приводится. В принципе, изложение можно было построить и не прибегая к электрическим понятиям. Однако здесь важно следующее: сейсмологи-экспериментаторы имеют дело с электронными приборами и, как правило, хорошо владеют основами радио- и электротехники. В разработке и эксплуатации невзрывных источников сейсмических волн участвуют обычно профессионалы-электронщики, инженеры по электротехнике, гидравлике и др. Для этой категории специалистов электрическая терминология может быть как раз тем общим языком, на котором они могут легко объясняться.

Процесс преобразования силы источника в сейсмические волны излагается в традиционном стиле *математической школы Г. И. Петрашеня* с некоторым акцентом на активное использование спектральных представлений исследуемых процессов. Это вполне естественно, так как авторы – специалисты по вибрации (т. е. по синусоидальным колебаниям), само собой разумеется, должны говорить на спектральном “языке”, это во-первых. Во-вторых, одномерное преобразование Фурье в настоящее время настолько вошло в обиход инженерной практики геофизиков, что во многих случаях для объяснения сути исследуемого процесса

его спектр Фурье оказывается более предпочтительным, чем знание самого процесса во временном представлении. Использование спектральных представлений для решения стационарных динамических задач привлекательно тем, что в ряде случаев можно воспользоваться развитыми в радиотехнике приемами толкования исследуемых процессов по виду их спектров и частотных характеристик, не переходя к оригиналу, т. е. не вычисляя соответствующие интегралы. На языке спектров, например, хорошо видно, что сила, распределенная на поверхности $z = 0$, создает такое же поле волн, как площадное группирование источников, и компоненты тензора напряжения играют роль распределения чувствительностей элементов группы. Это дает возможность ограничиться решением динамической задачи излучения для простейших источников с малыми размерами, а как изменится волновое поле при использовании источников с большими геометрическими размерами со сложным законом распределения силы, можно определить, используя формулы *теории группирования (теории антенн)*, полученные Ф. М. Гольцманом.

В настоящее время для решения задач активной сейсмологии в СО РАН используются вибраторы 100-тонного класса, а также передвижные вибраторы 40-тонного класса. Опытные-методические работы, выполненные при помощи этих вибраторов, показывают, что вибраторы 40- и 100-тонного класса перспективны для решения следующих задач активной сейсмологии.

1. Мониторинг земной коры в сейсмоопасных регионах с целью поиска предвестников землетрясений.
2. ГСЗ для уточнения строения земной коры, для получения прямой оценки граничных скоростей по преломленно-рефрагированным волнам.
3. ГСЗ для калибровки пунктов приема сейсмических сигналов при решении задач контроля выполнения международных соглашений о запрете ядерных взрывов.
4. Сейсмическое микрорайонирование территории при выборе площадок для строительства зданий и сооружений, а также для обоснованного расчета проектируемых (или существующих) конструкций на сейсмическое воздействие.
5. Диагностика физического состояния каркаса и фундамента существующих промышленных сооружений (высоких плотин ГЭС, крупных зданий, атомных электростанций и др.)

Подлежит более детальному и систематическому изучению вопрос о том, что вибратор, работающий на поверхности земли, в каких-то геологических условиях может способствовать увеличению нефтеотдачи пласта.

Вибраторы 100-тонного класса представляют собой стационарные установки, 40-тонного класса – облегченные передвижные варианты.

Задачи 4 и 5 требуют использования вибратора с рабочей полосой, начинающейся от 1–2 Гц. Многие задачи глубинного сейсмического зондирования могут решаться при помощи вибратора с рабочей полосой от 5–6 до 10–15 Гц. Универсального вибратора с рабочей полосой от 1.5–2 до 15–20 Гц пока не существует, поэтому поиск путей создания мощных низкочастотных вибраторов является

важным направлением приложения творческой мысли. В данной главе рассматриваются вопросы создания мощных вибраторов, предназначенных для работы под водой и под землей.

12.2. Представления о вибраторах, работающих в космосе и на поверхности Земли

В этом пункте в обзорном стиле расскажем о вибрационном возбуждения сейсмических волн на поверхности земли, делая акцент на вопросы, которые обычно возникают при разговоре с сейсмиками, которые сами не занимались разработкой источников. Остановимся на вопросах, кажущихся простыми и в то же время оказывающихся туманными.

1. Как определить силу, действующую на грунт, в вибрационном режиме? В статике такой вопрос не возникает, так как сколько весит человек, с такой силой он и давит на землю. Но когда он прыгает на месте, стоя на некоторой массе, то вопрос осложняется.

Из теоретических представлений, описанных в п. 12.1, возьмем одно важное для нас утверждение. Смысл его таков. Пусть мы имеем какую-то сложную систему (вибратор), состоящую из N масс m_n , соединенных между собой каким-то образом при помощи пружин, стержней, элементов трения. На этих массах поставили датчики смещения $U_n(t)$. Так вот, силу F_g , действующую на землю (на геологическую среду), можно определить по формуле

$$F_g = \sum_n m_n \ddot{U}_n, \quad (12.1)$$

где \ddot{U}_n – ускорение массы m_n .

Если эта система летает в космосе, то $F_g = 0$. Пусть такой источник состоит из двух масс: платформы $M_{пл}$ и инертной массы $M_и$. Между ними действует силовая камера, генерирующая силу $F_0 = F_0^0 \sin \omega t$. В космосе будем иметь $F_0 = M_и \ddot{U}_и = M_{пл} \ddot{U}_{пл}$, т. е. $F_g = M_и \ddot{U}_и - M_{пл} \ddot{U}_{пл} = 0$. Для простоты положим $M_и = M_{пл}$. Если мы имеем дело с импульсным источником, то массы $M_и$ и $M_{пл}$ будут разлетаться в сторону друг от друга с равным ускорением, с равной скоростью. В вибрационном режиме массы $M_и$ и $M_{пл}$ будут колебаться с одинаковой амплитудой $U_и = F_0^0 / (\omega^2 M_и)$, но в разные стороны. Сила, действующая на землю, очевидно, равна нулю.

Парадокс заключается в том, что сейсмические источники часто бывают “в космосе”. Вот, например, рекламируется вибратор. Говорится, что этот вибратор имеет амплитуду силы 20 т в полосе частот от 10 до 250 Гц. Но если на массах вибратора поставить акселерометры и посмотреть на сумму (12.1), то она на частотах 80–90 Гц будет равна не 20 т, а всего лишь 2–3 т, а на частотах 150–200 Гц – близка к нулю, т. е. этот вибратор “улетел в космос”, хотя силовая камера вибратора добросовестно генерирует силу $F_0 = F_0^0 \sin \omega t$ с амплитудой $F_0^0 = 20$ т.

С физической точки зрения смысл этой формулы (12.1) состоит в том, что источником силы являются элементы $m_n \ddot{U}_n$. На землю действует сумма этих сил.

Если эта сила действует на землю, например, через какую-то пружину, то она будет несколько запаздывать. Это запаздывание будет отражено в фазе функции $\ddot{U}_n(t)$.

Смысл формулы (12.1) очевиден без всяких комментариев в электрическом аналоге источника, построенном методом Гамбурцева. Несколько забегаю вперед, взгляните на рис. 12.1, ведь уравнение контурных напряжений можно составить по контуру, идущему по элементам M_n , $M_{пр}$, $M_{пл}$ и Z_g , где Z_g – сопротивление грунта, $M_{пр}$ – масса пригруза. Это уравнение будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} j\omega M_n J_i + j\omega M_{пр} J_{пр} + j\omega M_{пл} J_{пл} + Z_g J_g &= 0, & J_n &= j\omega U_n, & (12.2) \\ j\omega M_n J_n &= (j\omega)^2 U_n \cdot M_n, & (j\omega)^2 U_n &\iff \ddot{U}_n. \end{aligned}$$

В общем случае, когда массы m_n представляют собой элементы каких-то стержней, плит или тел, сумма (12.1) преобразуется в соответствующие интегралы по объему этих тел.

Заметим, что формула (12.1) справедлива независимо от того, имеют ли смещения \vec{U}_n форму синусоиды или нет, отрывается платформа от грунта или нет, массы связаны между собой линейными жесткостями или нет. Оказывается, достаточно знать величины масс m_n и их ускорения \ddot{u}_k , и тогда силу \vec{F}_g , действующую на среду, можно определить однозначно.

2. Как среда сопротивляется воздействию источника? Представим себе, что мы ничего не знаем о земле (грунте). Прикладываем силу F_g на какую-то платформу (площадку) $S_{р1}$ и видим, что площадка дала осадку, равную U_g . Это означает, что земля сопротивляется силе F_g , как пружина, жесткость которой равна $K_g = F_g/U_g$, т. е. $F_g = K_g U_g$. Если мы имеем синусоидальную силу $F_g = F_0^o \sin \omega t$, то будем наблюдать смещение $U_{g1} = U_g^o \sin \omega t$, которое происходит синфазно силе.

На другом участке видим, что когда прикладываем силу $F_g = F_0^o \sin \omega t$, площадка перемещается не синфазно силе, а со сдвигом фазы на 90° , т. е. $U_{g2} = C \cos \omega t$, C – некоторая постоянная.

Здесь мы должны сообразить, что скорость перемещения площадки равна $\dot{U}_g = \omega U_g^o \cos \omega t$. Следовательно, земля реагирует на скорость перемещения, т. е. ведет себя как элемент трения. Коэффициент трения равен $R_g = F_0^o/(\omega U_g^o)$, т. е. $F_g^o = R_g p U_g^o$ или $F_g^o/U_g^o = p R_g$, $p \equiv j\omega$.

На третьем участке видим, что площадка перемещается синфазно с силой, но только с противоположным знаком $U_g = -C \cdot U_g^{(o)} \sin \omega t$. Очевидно, мы имеем дело с ускорением $\ddot{U}_g = -\omega^2 U_g^o \sin \omega t$ какой-то массы, т. е. земля ведет себя как некоторая масса M_g , которая равна $M_g = |F_0^o/(\omega^2 U_g^o)|$ или $F_0^o/U_g^o = p^2 M_g$.

В экспериментах в реальной среде при действии силы $F_g = F_0^o \sin(\omega t + \varphi_f(\omega))$ перемещение виброплатформы можно описывать некоторой функцией $U_g = U_g^{(o)} \times \sin[\omega t + \varphi_u]$, амплитуда $U_g^{(o)}$ и фаза φ_u которой являются некоторыми функциями от частоты. Осциллограммы $F_g = F_0^o(\omega) \sin(\omega t + \varphi(\omega))$ и $U_g = U_g^{(o)} \sin(\omega t + \varphi_u)$, полученные в эксперименте, трансформируем в комплексную функцию

$$Z(p) = |F_g^o/U_g^o| \exp j(\varphi_f - \varphi_u), \quad p = j\omega.$$

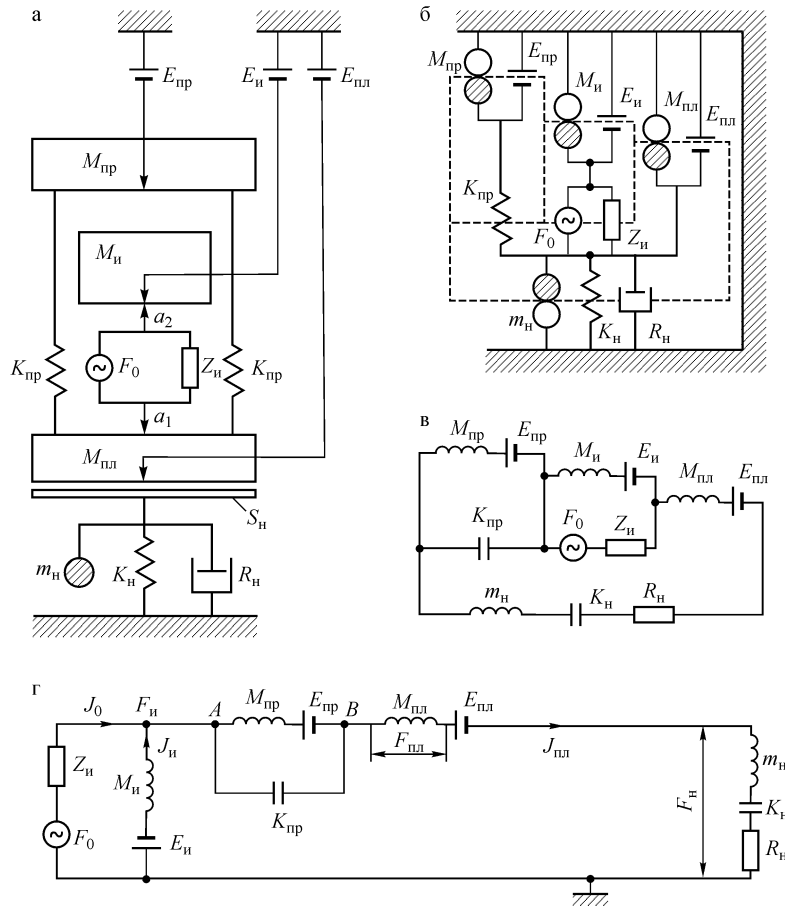


Рис. 12.1. Типичные схемы вибрационного источника: а – механическая; б – разрезы Гамбургцева; в – электрическая, повторяющая разрезы Гамбургцева; г – электрический аналог механической схемы (а) – электрическая схема (в) в привычной форме

Далее эту функцию аппроксимируем полиномом по переменной p :

$$Z(p)p = |F_g^0/U_g^0| \exp j(\varphi_f - \varphi_u) = K_g + pR_g + p^2M_g + p^3C_3 + \dots \quad (12.3)$$

Коэффициент при p^0 K_g называем жесткостью грунта, коэффициент при p^1 R_g – активным сопротивлением излучения, коэффициент при p^2 M_g – присоединенной массой. Название коэффициентов при p^3 , p^4 и т. д. еще не придуманы, читатель сам это может сделать.

3. Следующим важнейшим для практики положением является то, что грунт на растяжение практически не работает, он работает только на сжатие. Если вибратор предназначен на возбуждение силы F_g с амплитудой, например, 20 т, то она должна быть прижата к грунту статической силой $F_{ст} \geq F_g$, т. е. грунту

должно казаться, что на него давят с силой $F_{ст} + F_g$ при одном полупериоде и силой $F_{ст} - F_g > 0$ при другом полупериоде вибрации.

Статическая сила $F_{ст}$ создается весом элементов конструкции вибратора и весом добавочной массы $M_{пр}$, предназначенной только для прижима виброплатформы к грунту.

Разработчиками “Вибролокатора” были сделаны следующие попытки избавиться от массы $M_{пр}$ [201].

Первой была идея “присосаться” к грунту при помощи вакуумной полости. Для этого виброплатформа обшивалась “юбкой” длиной около одного метра. В пункте возбуждения “юбка” внедрялась в грунт за счет веса вибратора и предварительной вибрации. После внедрения “юбки” на глубину около 0.5 м включался вакуумный насос, который откачивал воздух из-под “юбки”. Так вот, результат этих экспериментов был отрицательный. Дело в том, что в почвенном грунте много нор всяких насекомых и каналов, оставшихся от корней когда-то росших здесь растений. Поэтому вакуум под “юбкой” плохо держался, хотя вакуумный насос работал непрерывно. Чтобы вакуум держался, надо “юбку” непрерывно обливать. Однако при этом требуется большой расход воды.

Следующей идеей была анкерная система. Она казалась особенно привлекательной для мощных низкочастотных вибраторов, которые должны долго стоять на одном и том же месте. Осуществлялась эта идея так.

В скважину диаметром около 20 см опускался “зонтик” со сложенными ножками. На глубине 7–15 м он раскрывался путем подъема ствола зонтика. Диаметр раскрытого зонтика составлял около 1 м. Так вот, результат этих экспериментов тоже оказался отрицательным. (Особенно полномасштабные эксперименты были выполнены изыскателями Томска, которые пытались обеспечить крепление мачт ЛЭП путем растяжек, зацементированных с землей при помощи анкеров. Для этого были изготовлены несколько десятков таких зонтов.)

Дело в том, что при действии статической выдерживающей силы воображаемый цилиндр, диаметром, равным диаметру раскрытого зонтика, просто поднимается вверх, т. е. грунт на стенках этого цилиндра при медленном подъеме цилиндра практически не сцепляется с окружающим грунтом. И сила прижима оказывается не больше веса этого цилиндра. Но эта величина небольшая и игра не стоит свеч. *Поэтому приходится возвращаться к примитивному варианту,* когда прижим виброплатформы осуществляется весом специальных масс.

4. О рекуперации энергии источника. Возьмем источник в виде падающего с 5 м груза весом несколько тонн. Если бы земля сопротивлялась, как чистая пружина, то этот груз после удара подскочил бы на высоту 5 м, т. е. имелся бы источник, который для генерации силы F_g не требовал подвода энергии, или другими словами, источник, который обеспечивает полную рекуперацию энергии при переходе кинетической энергии в потенциальную и наоборот. Но мы знаем, что наш груз, конечно, подскочит, но невысоко, потому что значительная часть энергии падающего груза ушла на разрушение грунта. Поэтому уменьшим силу, но увеличим частоту ударов, т. е. перейдем в вибрационный режим. При этом будем использовать дебалансный вибратор. Дебаланс представляет собой маховик, только не сбалансированный. Один раз раскручиваем этот маховик, и

если в системе нет потерь, то этот маховик, хотя он не сбалансированный, будет вечно крутиться, генерируя силу с амплитудой $F_0 = \omega^2 U_i M_i$, где $U_i M_i$ – момент дебаланса (или просто дебаланс).

Как видим, имеем рекупируемый источник. Каковы же могут быть потери, которые приводят к постепенному уменьшению числа оборотов дебалансного маховика?

У строителей дорог, которые давно используют различные вибраторы для уплотнения грунта, существует следующая эмпирическая закономерность [192]: *если надо обеспечить вибрационную силу с амплитудой N тонн, то для энергопитания такого вибратора надо предусматривать источник мощностью N киловатт.*

При вибрационном уплотнении дорожного полотна сила вибратора, отнесенная на единицу площади (т.е. давление на грунт), должна быть такова, чтобы в грунте под вибратором произошли существенные нелинейные (необратимые) перемещения. А если это напряжение уменьшить, то потребляемая мощность дебалансного вибратора должна быть меньше того, что следует по закону N т на N кВт.

Гидравлические вибраторы тоже могут быть рекупируемыми. Идея такого вибратора состояла в том, что в жидкостной камере помещался воздушный пузырь и инертная масса. Эта пара представляла собой резонансный контур, т.е. рекупируемую систему, так как при отсутствии трения этот контур (или маятник) будет колебаться вечно.

Частота вибрации менялась путем изменения давления и объема воздушного пузыря [88]. Трудности, встретившиеся перед разработчиками, состояли в том, что не легко было заставить колебаться инертную массу строго синфазно с программным свип-сигналом. А это требовалось, иначе в те времена нельзя было произвести свертку, т.е. операцию восстановления импульсной сейсмограммы по вибросейсмическим колебаниям можно было делать только в том случае, если фаза колебаний вибратора не отклонялась значительно от фазы программного свип-сигнала со строго линейной разверткой частоты [62, 201].

В настоящее время при использовании компьютерной техники трудностей свертки вибросейсмических сигналов не существует, поэтому к идее рекупируемого гидравлического вибратора следует вернуться.

5. О стоимости вибрационной техники. В настоящее время широкое внедрение вибрационной сейморазведки в практику сдерживается высокой стоимостью применяемых гидравлических вибраторов. Хотя альтернативные варианты вибраторов (например, “Вибролокаторы”) в 10 раз дешевле гидравлических вибраторов, а электромагнитные источники типа “Енисей” дешевле в 20 раз. Естественно, возникает вопрос: не произойдет ли то же самое в области активной сейсмологии, если и здесь ориентироваться на использование гидравлических вибраторов.

Представляется очевидным, что компьютеризация процессов регистрации и обработки сейсмических сигналов должна снизить требования к источникам сейсмических волн и тем самым способствовать удешевлению этой техники. Но на практике это не происходит. По-видимому, фирмы, которые выпускают комплектующие изделия для гидравлических сейморазведочных вибраторов и

изготавливают такие вибраторы, просто не заинтересованы в снижении стоимости этой техники. Поэтому в развитии методов активной сейсмологии нельзя ждать появления зарубежной технологии.

12.3. О 100-тонном вибраторе

Для целей вибрационного просвечивания Земли сначала был сделан вибратор с рабочей полосой от 1.5 до 3 Гц. На частоте 3 Гц сила F_i доходила до 100 т. Потом для целей ГСЗ этот вибратор был перенастроен на полосу от 5–6 до 10–12 Гц. Это означало, что амплитуда $F_0 = 100$ т достигалось на частоте 10 Гц, а на частоте 5 Гц амплитуда силы была равна всего лишь 25 т. Но площадь $S_{\text{пл}} = 4 \cdot 4 \text{ м}^2$ излучающей виброплатформы была подобрана так, чтобы резонанс массы $M_{\text{пл}} \approx 120 \cdot 10^3 \text{ кг}$ вибратора с упругостью грунта (K_g) имел место на частоте около 6–7 Гц.

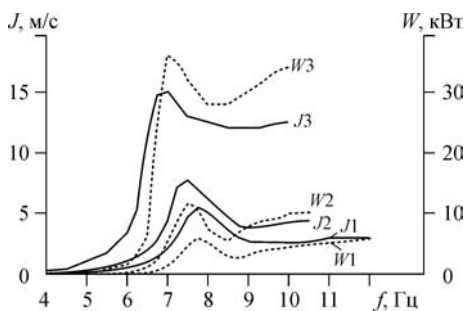


Рис. 12.2. Амплитуда первой гармоники скорости перемещения виброплатформы (J_1, J_2, J_3) и мощность, отдаваемая вибратором грунту (W_1, W_2, W_3) при использовании дебалансов с $M_i r_0 = 48, 70, 126 \text{ кг}$

За счет резонансного раскачивания массы $M_{\text{пл}}$ на “пружине” K_g грунта, сила F_g , действующая на грунт, возрастала, она в области 6–7 Гц была равна не 25 т, а приближалась к 100 т. Поэтому сейсмограммы, получаемые от этого вибратора, имели более или менее равномерный (“столообразный”) спектр в полосе от 5–6 до 10 Гц (рис. 12.2).

В системе прецизионного управления частотой и фазой колебаний этого вибратора был взят соответствующий блок от “Вибролокатора”. Другими словами, низкочастотные дебалансные вибраторы, описываемые в данной книге, являются по своей функциональной схеме увеличенной в размерах копии вибратора комплекса “Вибролокатор”. В последние годы система управления модернизирована на основе компьютерной техники.

Сначала вибратор работал в окрестности новосибирского Академгородка. Но хозяйственники встревожились, что под фундаментом окружающих домов произойдет разжижение грунта, и разработчики перебрались с этой техникой на площадку, которая расположена на берегу Обского водохранилища, в 7 км от села Быстровка. Эту площадку назвали *Быстровским полигоном*.

На Быстровском полигоне платформой вибратора служит настил $S_{\text{пл}} = 4 \cdot 4 \text{ м}^2$, сваренный из двухтавровых швеллеров. На этом настиле располагается сам вибратор (вибродвигатели и дебалансы) и поставлены четыре колонны, на которых возведена вторая площадка. На этой площадке уложен груз – масса, предназначенная для прижима вибратора к грунту.

В расчетах, описываемых ниже, предполагается, что платформа, корпуса двигателей, колонны и прижимной груз колеблются как одно целое. Суммарная

масса указанных элементов, ниже называемая для краткости “массой платформы”, равна $M_{пл} \approx 120 \cdot 10^3$ кг.

На практике было показано, что сейсмический вибратор, генерирующий силу с амплитудой 100 т ($100 \cdot 10^4$ Н) в диапазоне частот от 5 до 10–12 Гц, при 45-минутном сеансе вибрации позволяет получать на расстояниях до 300–350 км такие же сейсмограммы, как при взрыве на поверхности земли 5 т тротила [34]. (Взрыв производился в Искитимском карьере, который расположен недалеко от Быстровского полигона, прием осуществлялся на берегу озера Чаны.) В монохроматическом режиме работы 100-тонного вибратора дальность надежной регистрации амплитуды и фазы колебаний составляет не менее 1 400 км. (Прием осуществлялся на берегу озера Балхаш.)

Дальность регистрации преломленных волн (восстановленных в импульсную форму), равная $L = 300 - 350$ км, вполне достаточна для освещения всей толщи земной коры (глубин до $h = 40 \div 60$ км), так как глубину проникания луча можно оценить по формуле $h \approx L/(4 \div 7)$. Но для ряда задач кроме дальности очень важна повторяемость эксперимента.

Эксперименты показывают, что получаемые сейсмограммы можно разделить на “летние” (июнь–октябрь) и “зимние” (январь–февраль) [83]. Сейсмограммы, получаемые в “летнее” время (в немерзлом грунте) в различных числах июля–октября месяцев, имеют очень высокую повторяемость, они “на глаз” не различимы.

Примечательно то, что летние сейсмограммы, полученные в разные годы, тоже на глаз не различимы. То же самое имеет место с зимними сейсмограммами. Полагая, что летние и зимние сейсмограммы отличаются друг от друга из-за того, что грунт под виброплатформой зимой промерзает, был сделан большой утепленный погреб, куда был помещен вибратор. Оказалось, что летние и зимние сейсмограммы по-прежнему отличаются друг от друга, хотя грунт под вибратором оставался немерзлым. Таким образом, на волновую картину влияет не только изменение грунта под вибратором, но и изменение поверхности окружающей среды. Следует заметить, что сигнал, регистрируемый в первых вступлениях, на летних и зимних сейсмограммах остается на месте.

По результатам описанных выше экспериментов сделан следующий вывод. Эксперименты, в которых важна повторяемость вибросейсмических сигналов, должны планироваться либо на летний сезон, либо на зимний.

В заключение этого обзора остановимся на некоторых интересных явлениях, наблюдаемых в ближней зоне 100-тонного вибратора.

О кратных и дробных гармониках вибросейсмических сигналов. У дебалансных вибраторов сила, генерируемая как центробежная сила дебалансов, имеет форму чистой синусоиды, т. е. $b_1(t) = b_{10} \sin(\alpha t^2)$, у которой круговая частота

$$\omega = (\partial/\partial t)(\alpha t^2) = 2\alpha t \equiv 2\pi f_t, \quad \omega_1 \equiv 2\alpha t_1 \leq 2\alpha t \leq 2\alpha t_2 \equiv \omega_2. \quad (12.4)$$

На осциллограммах эксперимента можно увидеть, что форма смещения $U_{пл}(t)$ платформы несинусоидальна: в одних случаях она сильно отличается от синусоиды, в других случаях – не очень. Идеальной синусоидой она никогда не бывает.

Поэтому под словами платформа “отрывается” или “не отрывается” от грунта мы понимаем, что если бы контакт платформы с грунтом не нарушался и грунт был бы как однородное полупространство, то смещение $U_{пл}(t)$ имело бы форму синусоиды, поскольку исходная сила $F_0(t)$ синусоидальна.

Искаженную синусоиду можно описывать формулой

$$U_{пл}(t) = \sum_n U_{n0} \sin(n \cdot \alpha t^2). \quad (12.5)$$

Выражение “платформа значительно отрывается от грунта” следует понимать так, что на осциллограмме, где записаны колебания платформы, синусоида основной гармонике свип-сигнала, т. е. $U_1(t) = U_{10} \sin(1\alpha t^2)$, еле видна на фоне колебаний, у которых $n \neq 1$.

При вибрационной сейсмике отклонения $U_{пл}$ от синусоиды легко измеряются в форме импульсной сейсмограммы, восстановленной из вибросейсмических колебаний при помощи основного свип-сигнала $b_1(t) = b_{10} \sin(\alpha t^2)$, и сейсмограмм, восстановленных при помощи свип-сигналов вида $b_n(t) = b_{n0} \sin(n \cdot \alpha t^2)$ при $n \neq 1$.

Амплитуда волн на сейсмограмме, восстановленной при помощи второй гармоники, редко бывает больше 1/10 амплитуды на сейсмограмме первой (основной) гармоники. А сейсмограммы третьей и далее гармоник, как правило, еще слабее. Их можно тоже применять для тех или иных исследований (см. работы М. Б. Шнеерсона), но в этом описании на них не будем останавливаться.

Имеется интересный эффект, который состоит в следующем. Когда свертка вибросейсмических колебаний осуществляется при помощи свип-сигнала, у которого $n = 1/2$ или $n = 1/3$, то появляется сейсмограмма, хотя очень слабая, но очень любопытная. Откуда она берется?

Это явление можно объяснить следующим образом. Пусть мы вибрируем, например, на частоте $f_1 = 5$ Гц. Если величина $F_0^o/F_{пр} \approx 3$, то платформа будет подсакивать и ударяться о землю с частотой $f_1/2 = 2.5$ Гц. (Здесь $F_{пр}$ – статическая сила прижима платформы к грунту, F_0^o – амплитуда силы, генерируемой дебалансами.) Если же $F_0^o/F_{пр} \approx 4 \div 5$, то платформа будет ударяться о грунт с частотой $f_1/3 = 5/3$ Гц. Если еще больше увеличить отношение $F_0^o/F_{пр}$, частота ударов еще больше уменьшится.

Это явление используется в виброударных молотах, в принципе, его можно использовать для создания мощного низкочастотного виброисточника, предназначенного для задач активной сейсмологии. Но это в будущем.

В наших экспериментах со 100-тонным вибратором $F_0^o/F_{пр} < 1$, т. е. сила прижима платформы к грунту больше силы, генерируемой дебалансами, и только на верхней частоте рабочей полосы $F_0^o/P_{пр} \approx 1$.

Но оказывается, колебания с частотами $f = (1/2) f_1$ или $f = (1/3) f_1$ начинают рождаться уже при $F_0^o/P_{пр} \leq 1$, хотя они еще очень слабые. И только когда $F_0^o/P_{пр} \approx 3 - 5$, эти колебания становятся главными [196].

Остановимся еще на одном интересном явлении. На рис. 12.3 видно, что при использовании дебаланса $U_n M_n = 126$ кг·м резонанс платформы с грунтом имел место на частоте 7 Гц, а при $U_n M_n = 48$ кг·м эта частота равна 7.7 Гц. В обоих

случаях платформа была одна и та же, $M_{пл} \approx 120 \cdot 10^3$ кг, менялась только M_n , которая по величине ничтожна, по сравнению с $M_{пл}$. В чем же дело?

В работе [196] автор объясняет это явление на примере девочки, играющей с мячом. Мяч подскакивает, и на каждом подскоке девочка слегка ударяет в мяч так, чтобы высота подскоков оставалась постоянной. Перед нами колебательная система, в которой тело (мяч) осциллирует на резонансной частоте, равной, например, $f = 1$ Гц. Теперь допустим, что девочка стала бить по мячу сильнее. Высота подскока мяча увеличивается, и из-за этого период колебания возрастает, т. е. частота осцилляции тела уменьшается. Причина ясна: мяч дольше находится в полете. В нашем случае можно считать, что платформа лежит на мягкой пружине k_1 . Под этой пружинной располагается более жесткая пружина k_2 . При действии на платформу большой силы мягкая пружина сжимается до взаимного касания ее верхней и нижней клемм, после чего платформа непосредственно действует на жесткую пружину. Сжимая пружину, платформа отскакивает от нее, хотя в эксперименте визуально этого не видно (в отличие от мяча). Косвенным признаком таких отскоков является то, что форма $\dot{U}_{пл}(t)$ значительно отличается от синусоиды, несмотря на то, что исходная сила $F_0(t)$ имеет чисто синусоидальную форму.

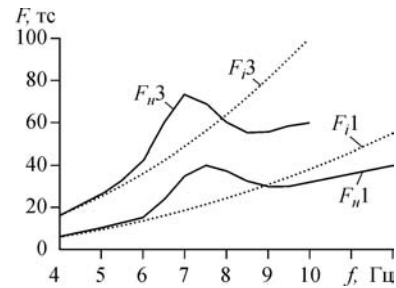


Рис. 12.3. Амплитуды силы ($F_{н1}$, $F_{н3}$) и первой гармоники силы ($F_{н1}$, $F_{н3}$), действующей на грунт, при использовании дебалансов с $M_n r_0 = 48, 70, 126$ кг

12.4. О передвижных низкочастотных вибраторах

Вышеописанные 100-тонные вибраторы представляют собой стационарные установки. Для ряда задач необходим передвижной источник. В связи с этим разработан и изготовлен 40-тонный (облегченный, передвижной) вариант вибратора.

У этого вибратора амплитуда силы F_n достигает 45 т на частоте 12 Гц. На частоте 7 Гц из-за того, что $F_n(\omega) \sim \omega^2$ амплитуда F_n силы уменьшается до 19 т. Но, в принципе, частотную характеристику $F_n(\omega)$ этого вибратора можно выправлять путем изменения площади контакта с грунтом.

В 2001 г. при помощи такого вибратора пройден профиль ГСЗ Быстровка–Таштагол (110 км), в 2002–2003 гг. выполнены работы ГСЗ протяженностью 650 км в начальной части профиля Магадан–о. Врангеля. В этих работах шаг между приемными пунктами равен около 10 км. В приемных пунктах устанавливаются (3–20)-канальные регистраторы. Шаг между сейсмоприемниками 50–100 м. Шаг между точками возбуждения 30–40 км, расстояние источник–приемник до 300 км. Результаты таких работ дополняют данные ОГТ тем, что дают прямую оценку граничных скоростей по преломленно-рефрагированным волнам.

О термине “передвижной вибратор”. Общий вес вибратора с амплитудой силы 40–50 т составляет около 50–60 т. Этот вес складывается из веса силовой камеры (около 12 т) и веса массы, предназначенной для прижима платформы к грунту (порядка 50 т). В силовую камеру входят 2 дебаланса, 2 электродвигателя для вращения дебалансов и виброплатформа.

Специфика работ по задачам 1–5 такова, что расстояние между пунктами возбуждения может достигать до десятков или сотен километров, если учесть объездные пути. Чтобы проехать такие расстояния по проселочным дорогам и по мостам с небольшой грузоподъемностью, желательно, чтобы вес отдельных транспортных единиц не превышал 15–20 т. Поэтому рассматриваемый передвижной вибратор в походном положении представляет собой ряд вездеходных автомашин, груженых блоками этого вибратора. В пункте возбуждения производится сборка вибратора в течение 2–3 ч при помощи автокрана. При этом, если иметь в виду, что пункты приема располагаются на больших расстояниях, становится очевидным, что здесь организация полевых работ отличается от организации сейсморазведочных работ, где расстояния между очередными точками возбуждения составляют 50–100 м. Сейсморазведочный вибратор, работающий с указанным шагом, должен за считанные секунды приводиться из транспортного положения в рабочее и наоборот, поэтому он обычно монтируется в виде единого транспортного агрегата. Опыт зимних сейсморазведочных работ в Западной Сибири показывает, что если агрегат имеет вес 20–30 т, то лед под ним часто не выдерживает.

Мощный передвижной вибратор для ГСЗ, если его смонтировать в виде единого транспортного 60-тонного агрегата, окажется машиной, мало приспособленной к переездам по проселочным дорогам. Поэтому здесь конструкторская мысль должна работать над тем, чтобы создать удобства для быстрой сборки и разборки таких установок, а также над тем, чтобы в качестве прижимной массы использовать местные материалы: грунт, песок, вода и т. д.

12.5. О направлениях разработки вибраторов, работающих под землей

В сейсморазведке заглубленный источник (взрыв в скважине) долгое время был основным. В настоящее время взрыв в скважине постепенно вытесняется вибраторами, работающими на поверхности земли в группе (т. е. в виде антенны, позволяющей в какой-то степени подавить поверхностные волны-помехи). Вытеснение скважинного взрывного источника идет медленно, несмотря на то, что использование вибраторов позволяет ликвидировать опасный и малопродуктивный труд взрывника. Главным недостатком поверхностных источников является то, что рыхлая верхняя часть разреза является хорошим глушителем упругих волн. Поэтому при помощи поверхностных источников трудно обеспечить гарантированную широкополосность сейсмических сигналов (хотя бы до частот 70–80 Гц). Этими недостатками не обладает вибратор, способный работать в скважине и в то же время обеспечивающий достаточно высокую производительность сейсморазведочных работ. Поэтому поиск путей создания скважинного сейсморазведочного вибратора не прекращается [194, 199, 197].

Задача создания скважинного вибратора является очень интересной и важной областью приложения изобретательской мысли. Обычно в поле зрения изобретателей оказывается следующая идея: в скважину опускается гибкая оболочка. На глубине излучения эта оболочка заполняется жидкостью. Далее, давление в жидкости увеличивается и гибкая оболочка плотно прижимается к стенкам скважины. После этого к постоянному давлению добавляется переменное давление, частота которого меняется по свип-сигналу и получается источник типа “пульсирующий цилиндр”. И кажется, что вибрационное излучение волн должно быть обеспечено.

Эта красивая идея, но, к сожалению, в области низких частот такой источник излучает очень плохо. Почему? В ответе на этот вопрос стоит остановиться, поскольку это идея приходит почти к каждому.

Когда речь идет об источниках, работающих на значительных глубинах ($h \geq 2 \div 3\lambda_p$), то вопрос о расчете ожидаемого волнового поля решается довольно просто. Источник, действующий на стенки скважины осесимметрично в радиальном направлении, теоретически представляется в виде *пульсирующей сферы* (он же источник типа “центр расширения”, он же “монополь”, он же “источник нулевого порядка”). Источник, действующий в вертикальном направлении, можно с хорошим приближением представить в виде *осциллирующей вверх–вниз сферы* (он же “источник направленной силы”, он же “диполь”, он же “источник первого порядка”, так как при его описании используется функция Лежандра первого порядка [88]). Приведенные альтернативные названия сами по себе говорят о богатой предыстории этих источников.

Волны, излучаемые источником типа “пульсирующий цилиндр”, можно считать в дальней зоне по формулам Хилена. Рассмотрение пульсирующего цилиндра можно заменить пульсирующим шаром, для которого имеются формулы, работающие не только в дальней, но и ближней зоне [194].

В безграничной однородной упругой среде смещение продольной волны, излучаемой пульсирующим шаром, имеющим радиус r_0 , описывается формулой [194]:

$$U_{\odot} = F_{\odot}(\omega) \cdot A_{\odot} \frac{1}{4\pi\rho v_p^2} \frac{1}{R}, \quad A_{\odot} \equiv \frac{q}{q^2 + 4\gamma^2 q + 4\gamma^2}, \quad (12.6)$$

где $q = j\omega r_0/v_p$, $\gamma = v_s/v_p$, $F_{\odot}(\omega) = 4\pi r_0^2 \tau_{rr}$ – амплитуда радиальной общей силы, действующей на среду со стороны источника, R – расстояние до точки наблюдения.

Формула, описывающая смещение продольной волны, излучаемой осциллирующим вверх–вниз шаром, имеет более сложный вид (см. [194]), но при $R \gg r_0$, $|q| \ll 1$ она упрощается:

$$U_{\updownarrow} \approx F_{\updownarrow} \frac{1}{4\pi\rho v_p^2} \frac{1}{R} \cos\theta, \quad (12.7)$$

где F_{\updownarrow} – амплитуда направленной вверх–вниз общей силы, действующей на среду со стороны источника. В направлении вертикально вниз угол $\theta = 0$.

Любопытно сравнить эти источники при $F_{\odot} = F_{\uparrow}$ по направлению $\theta = 0$

$$\eta = \frac{|U_{\odot}|}{U_{\uparrow}} = |A_{\odot}| \equiv \left| \frac{q}{q^2 + 4\gamma^2 q + 4\gamma^2} \right|. \quad (12.8)$$

В табл. 12.1 приводятся величины $\eta \cdot 10^3$ для трех случаев. В первом случае сравниваемые источники находятся в сухой скважине, имеющей радиус $r_0 = 0.1$ м; в окружающей среде $v_p = 400$ м/с, $\gamma^2 = 1/3$. Во втором случае источники находятся ниже уровня грунтовых вод; $v_p = 1000$ м/с, $\gamma^2 = 0.1$. В третьем случае имеется в виду, что сравниваемые источники находятся в шахте диаметром 6 м.

Таблица 12.1

№	Параметры источников и среды			f , Гц			
	r , м	v_p , м/с	γ^2	2	4	8	16
1	0.1	400	1/3	2.40	4.8	9.6	19.2
2	0.1	1800	0.1	0.75	1.5	3.0	6.0
3	3.0	3000	1/3	12.00	24.0	48.0	100.0

Из этих данных видно, в низкочастотной области (2 – 16 Гц) осциллирующий шар (“источник направленной силы”), работающий в скважине с небольшим диаметром, излучает продольную волну в 100–1000 раз лучше, чем пульсирующий шар. Поэтому если обеспечить амплитуду радиальной силы, действующей на стенки скважины, равной, например, 10 т, то это не значит, что в дальней зоне будут получены такие же сейсмограммы, как при работе 10-тонного вибратора направленного действия. Сейсмограмма от такого скважинного источника окажется очень слабой. Физически это ясно: породы за стенкой скважины выполняют роль “обруча”, они держат наш источник взаперти.

В активной сейсмологии источник, установленный в какой-то точке, используется достаточно длительное время для многократного повторения сеансов излучения. Для таких исследований могут оказаться вполне оправданными какие-то мероприятия, направленные на то, чтобы разорвать этот “обруч”, например, взрывом достаточно большого заряда или придумать какую-то пилу, подобную бензопиле, распиливающей породы вдоль скважины. Интересной является также идея источника типа пульсирующий цилиндр, работающего в наклонной скважине с разорванными каким-либо образом стенками. Тогда можно было бы считать, что грунты, лежащие над источником, оторваны от нижележащих пород и в какой-то степени выполнять роль прижимной массы, а сам источник будет считаться источником вертикальной силы. При этом общий вес транспортируемого оборудования может оказаться меньше веса поверхностного вибратора и тогда для оперативности станет возможным использование вертолетного транспорта.

Спешность при работах по активной сейсмологии может оказаться деловой необходимостью при “калибровке” приемных станций. Представим себе, что появилось подозрение о возможности секретного производства небольшого подземного ядерного взрыва в обход международного соглашения о запрете таких взрывов. Как отличить такой взрыв от небольшого естественного землетрясения,

для последующего разоблачения. Задача облегчается, если с большой точностью знать координаты “сейсмического события”.

Ясно, что в доступных местах надо поставить сейсмоприемники и по их записям можно будет определить эпицентр “сейсмического события”. Но точность определения координат эпицентра существенно зависит от знания строения земной коры под пунктами наблюдения. Если, например, расстояние источник–приемник составляет 1 000 км и строение земной коры под пунктами наблюдения неизвестно, то радиус неопределенности координат сейсмического события будет 100–200 км. Если же строение известно, то радиус неопределенности составит не больше 5–10 км.

Таким образом, поставить в доступных местах сейсмоприемники, безусловно, надо, но еще надо быстро провести работы по ГСЗ земной коры по профилям, пересекающим намеченные приемные точки. На это дело деньги на вертолеты найдутся, была бы заранее подготовленная технология работ.

Об источниках, работающих под водой. В настоящее время в морской сейморазведке повсеместно используются пневматические источники (или “айрганы”), в которых сейсмическая волна возбуждается путем резкого или мгновенного освобождения сжатого воздуха.

При выпуске в воду сжатого воздуха радиус r образовавшегося пузыря очень быстро растет: $r_0 \rightarrow r_{\max}$. После достижения r_{\max} идет процесс обратного движения: $r_{\max} \rightarrow r_0$. В конце пути $r \rightarrow r_0$ пузырь теряет сферическую форму и разбивается на множество мелких пузырьков, т. е. первоначальная система перестает существовать и появляется другая система. За счет этого спектр излучаемых волн оказывается достаточно широкополосным. Если искусственно помешать процессу раздробления пузыря (например, поместив пневмокамеру в эластичный мешок), то указанный пузырь будет долго пульсировать почти на одной частоте. Излучаемая волна будет очень узкополосной, и такой источник окажется для сейморазведки мало пригодным. (Механизм формирования волны пневматическим источником весьма детально исследован в [42, 198, 78].)

В каком направлении работает изобретательская мысль в деле создания мощного низкочастотного вибратора для активной сейсмологии? В работе [78] предлагается для региональных сейсмических исследований проект морского вибратора со следующими характеристиками: диапазон рабочих частот от 4 до 12 Гц; мощность излучения 4 кВт; амплитуда силы эквивалентного вибратора, работающего на суше, равна примерно 2 тыс. т.

Источник представляет собой купол цилиндрической формы диаметром 2 м и высотой 2 м, который погружается под воду на глубину около 47 м с плавсредства. Нижняя сторона купола открыта. Воздух, находящийся под куполом, выполняет роль пружины, которая вместе с присоединенной массой излучения (с водой) образует весьма высокочастотный колебательный контур. Раскачка этого резонатора производится впрыскиванием под купол порций воздуха. Если воздушный клапан открывать на полупериоде соответствующей фазы колебаний уровня воды под куполом, то этот контур превращается в автогенератор, у которого частота колебаний от верхней граничной частоты (12 Гц) плавно снижается за счет медленного увеличения объема воздуха под куполом. Для закачки

воздуха используется типовой строительный компрессор, обеспечивающий обычно давление около 7 атм при производительности 3–9 м³ в минуту.

Наземный вибратор с амплитудой силы 100 тонн обеспечивает получение кондиционных сейсмограмм на расстояниях до 300 км при длительности вибрации 45 мин. При использовании 2-килотонного вибратора амплитуда регистрируемых сигналов возрастет в 20 раз. Калибровочные графики затухания волн, используемые сейсмологами, говорят, что при использовании 2-килотонного вибратора дальность регистрации при той же длительности вибрации составит 1–3 тыс. км. Глубинность исследований может достигать 200–1 000 км [196].

В последние годы поиском путей создания подводного вибратора для региональных сейсмических исследований активно занимаются В. В. Ковалевский и др., см. гл. 6.

12.6. Исходные формулы из классики о процессе преобразования силы источника в сейсмические волны

Прежде чем заходить в математические дебри целесообразно спросить, а что нам надо от этой математики. Что она может дать?

Нам нужны всего лишь две вещи. Первое. Из предыдущего пункта видно, что сопротивление, оказываемое грунтом силе источника, определяется формулой (12.3): $Z(p) = F_g^o / (pU_g^o)$, где F_g^o – сила источника, U_g^o – осредненное смещение среды в точках воздействия силы F_g^o , $p \equiv j\omega$. При теоретических расчетах силу F_g^o мы можем задать сами, но смещение среды U_g^o должны взять либо из эксперимента, либо из математики.

Второе. Сейсмиков интересуют волны в дальней зоне. Ради этого и служат наши источники. Надо бы из теории получить ожидаемую амплитуду волн от рассматриваемого источника вдали от него.

Чтобы не увязнуть в формулах, будем рассматривать простейший случай: источник, действующий на поверхности идеального однородного упругого полупространства.

– Но ведь, в действительности земля – это слоеный пирог. Разве данные, полученные на ваших математических моделях, будут хотя бы немного походить на реальные характеристики?

– А мы и не ожидаем таких результатов. Вот, например, мы получили какие-то волны на нашей модели. Спрашивается, как изменится волна, если изменить размеры или спектр источника относительно того, что получили ранее на этой же математической модели среды? Или же, как изменится волна, если изменились упругие характеристики полупространства?

– А вы уверены, что характер изменения чего-то, туда или сюда, в реальной среде будет таким же, как на вашей модели?

– Вот, чтобы обрести такую уверенность, мы должны постараться, чтобы наши математические формулы могли претендовать на “сертификат качества”, как нынче говорят.

- А кто вам даст такой “сертификат”?
- Только мой учитель, Г. И. Петрашень.

Нам понадобятся классические формулы Г. И. Петрашени, используемые обычно при решении динамической задачи излучения волн источником, действующим на поверхности однородного полупространства. Приведем эти формулы в наших обозначениях.

На поверхности $z = 0$ задана сила источника, распределенная по закону

$$\vec{b}(x, y, t) = b_x(x, y, t)\vec{e}_x + b_y(x, y, t)\vec{e}_y + b_z(x, y, t)\vec{e}_z. \quad (12.9)$$

Поле смещений, создаваемое этим источником, описывается выражением

$$\begin{aligned} \vec{u}(x, y, z, t) &= \text{grad} [\Phi(x, y, z, t)] + \text{rot} [\vec{\Psi}(x, y, z, t)], \\ \vec{\Psi} &= \Psi_x\vec{e}_x + \Psi_y\vec{e}_y + \Psi_z\vec{e}_z, \end{aligned} \quad (12.10)$$

где Φ и $\vec{\Psi}$ — скалярный и векторный потенциалы.

Формулы получаются более простыми, если будем считать, что мы имеем дело с тремя типами поперечных волн:

$$\begin{aligned} \vec{u}^{(S1)}(x, y, z, t) &= \text{rot} \Psi_x\vec{e}_x, \\ \vec{u}^{(S2)}(x, y, z, t) &= \text{rot} \Psi_y\vec{e}_y, \\ \vec{u}^{(S3)}(x, y, z, t) &= \text{rot} \Psi_z\vec{e}_z. \end{aligned} \quad (12.11)$$

Напомним формулу, по которой расписываются эти выражения:

$$\vec{u} = \text{rot}(\vec{\Psi}) = (jk_y\Psi_z - jk_z\Psi_y)\vec{e}_x + (jk_z\Psi_x - jk_x\Psi_z)\vec{e}_y + (jk_x\Psi_y - jk_y\Psi_x)\vec{e}_z, \quad (12.12)$$

где, например, выражение $jk_y\Psi_z$ следует понимать как $(\partial/\partial y)\Psi_z$.

При использовании этих формул смещения в поперечных волнах имеют вид:

$$\begin{aligned} \vec{u}^{(S1)}(x, y, z, t) &= \text{rot} \Psi_x\vec{e}_x = (0)\vec{e}_x + (jk_z\Psi_x)\vec{e}_y + (-jk_y\Psi_x)\vec{e}_z, \\ \vec{u}^{(S2)}(x, y, z, t) &= \text{rot} \Psi_y\vec{e}_y = (-jk_z\Psi_y)\vec{e}_x + (0)\vec{e}_y + (jk_x\Psi_y)\vec{e}_z, \\ \vec{u}^{(S3)}(x, y, z, t) &= \text{rot} \Psi_z\vec{e}_z = (jk_y\Psi_z)\vec{e}_x + (-jk_x\Psi_z)\vec{e}_y + (0)\vec{e}_z. \end{aligned}$$

Смещения будем искать в форме трехмерного преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} u_m(x, y, z, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} d\omega \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} U_m(k_x, k_y, \omega) e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y, \\ k_z &= p_z, s_z, \end{aligned} \quad (12.13)$$

где p_z, s_z — вертикальные компоненты волнового вектора для продольных и поперечных волн. Все компоненты смещения по отдельности должны удовлетворять волновым уравнениям:

$$\Delta u_m^{(P)} = P_0^2 u_m^{(P)}, \quad \Delta u_m^{(S\nu)} = S_0^2 u_m^{(S\nu)}, \quad P_0 \equiv \omega/v_P, \quad S_0 \equiv \omega/v_S, \quad (12.14)$$

$$m = x, y, z, \quad \nu = 1, 2, 3.$$

При подстановке в (12.14) выражений (12.13) на левой и правой стороне будут стоять трехмерные интегралы. Воспользуемся теоремой, которая гласит: если $f_1(t) = f_2(t)$ при $-\infty \leq t \leq +\infty$, их спектры равны друг другу, $F_1(\omega) = F_2(\omega)$. Эта теорема справедлива также для трехмерных преобразований Фурье. Полагая, что волновые уравнения (12.14) выполняются при $-\infty \leq t \leq +\infty$ и при $-\infty \leq x, y, z \leq +\infty$, приравниваем друг к другу подинтегральные выражения. То, что на верхнем полупространстве ничего нет, нас не должно смущать, просто считаем, что уравнения (12.14) удовлетворяются во всем пространстве $-\infty \leq x, y, z \leq +\infty$, только на верхнем полупространстве эти уравнения выглядят как нуль равен нулю.

Тогда волновые уравнения превратятся в формулы

$$k_x^2 + k_y^2 + p_z^2 = P_0^2, \quad k_x^2 + k_y^2 + s_z^2 = S_0^2. \quad (12.15)$$

Теперь на интегралы (12.13) можем взглянуть с иных позиций: на самом деле мы использовали четырехмерное преобразование Фурье по k_x, k_y, k_z, ω , но один из интегралов по переменной k_z мы взяли, используя то, что эти переменные связаны между собой уравнениями (12.15). Математически эта связь описывается так: в четырехмерных интегралах в подинтегральном выражении для продольных волн стоит δ -функция Дирака $\delta(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - P_0^2)$, а для поперечных волн — $\delta(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - S_0^2)$. (Этот подход использован в [199].) Интеграл по k_z берется, т. е. в подинтегральное выражение вместо k_z подставляются $p_z = (P_0 - k_x^2 - k_y^2)$, $s_z = (S_0 - k_x^2 - k_y^2)$.

Смещения в поперечных волнах, кроме волновых уравнений, должны удовлетворять еще условию

$$\operatorname{div} [\vec{u}^{(S\nu)}(x, y, z, t)] = 0, \quad \nu = 1, 2, 3. \quad (12.16)$$

Покажем, что каждая из трех поперечных волн $\vec{u}^{(S1)}$, $\vec{u}^{(S2)}$, $\vec{u}^{(S3)}$ по отдельности удовлетворяет этому условию:

$$\operatorname{div} [\vec{u}^{(S1)}] = jk_x U_x^{(S1)} + jk_y U_y^{(S1)} + jk_z U_z^{(S1)} = jk_y(jk_z \Psi_x) + jk_z(-jk_y \Psi_x) = 0,$$

$$\operatorname{div} [\vec{u}^{(S2)}] = jk_x(-jk_z \Psi_y) + jk_z(jk_x \Psi_y) = 0,$$

$$\operatorname{div} [\vec{u}^{(S3)}] = jk_x(jk_y \Psi_z) + jk_y(-jk_x \Psi_z) = 0.$$

На поверхности полупространства внутренние силы, возникающие за счет деформации среды, находятся в равновесии с внешней силой (12.9). Это в формулах выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= [\lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu(\partial/\partial z)u_z]_{z=0} = b_z(x, y) \cos \omega t, \\ \tau_{zx} &= \mu[(\partial/\partial z)u_x + (\partial/\partial x)u_z]_{z=0} = b_x(x, y) \cos \omega t, \\ \tau_{zy} &= \mu[(\partial/\partial z)u_y + (\partial/\partial x)u_z]_{z=0} = b_y(x, y) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (12.17)$$

Силу $b_{x,y,z}(x, y, t)$ источника тоже представляем в форме трехмерного преобразования Фурье:

$$b_{x,y,z}(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} d\omega \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} B_{x,y,z}(k_x, k_y, \omega) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y. \quad (12.18)$$

Когда приравняем друг к другу подынтегральные выражения, условия на границе $z = 0$ преобразуются в систему из трех алгебраических уравнений

$$a_{n1}\Phi + a_{n2}\Psi_x + a_{n3}\Psi_y + a_{n4}\Psi_z = B_n/\mu, \quad n = 1, 2, 3 = x, y, z. \quad (12.19)$$

Решая эту систему, определим неизвестные Φ , Ψ_x , Ψ_y , Ψ_z . Подставив их подынтегральные выражения (12.13), найдем поле смещения $u_m(x, y, z, t)$ продольных, поперечных и релеевских волн во всех точках полупространства.

12.7. Некоторые особенности решения задачи при вибрационном возбуждении сейсмических волн

Считаем, как в предыдущем случае, что на поверхности $z = 0$ задана сила источника. Она распределена по закону

$$\vec{b}(x, y, t) = [b_x(x, y, \omega)\vec{e}_x + b_y(x, y, \omega)\vec{e}_y + b_z(x, y, \omega)\vec{e}_z] \cos \omega t, \quad (12.20)$$

причем полагаем, что источник имеет круглую форму, сила источника равномерно распределена внутри круга, т. е. $b_{x,y,z} = \text{const} \equiv b_{x,y,z}^0$ при $\rho \leq \rho_0$ и $b_{x,y,z} = 0$ при $\rho \geq \rho_0$.

Радиус ρ_0 источника можем выбрать очень малым. Если на практике понадобится рассматривать источник с другим распределением силы, то мы можем этот источник *сложить из источников* (12.20), *как из кирпичиков*, т. е. используем идеологию *группирования источников* Ф. М. Гольцмана.

В (12.19) имеем систему из трех уравнений, а неизвестных у нас четыре: Φ , Ψ_x , Ψ_y , Ψ_z . Чтобы сократить количество неизвестных, покажем, что неизвестные Ψ_x , Ψ_y мы можем выразить через одно неизвестное путем следующих рассуждений.

Компонента U_z -смещения, создаваемого вертикальным круглым источником, не должна зависеть от азимута φ точки $[x, y]$, т. е. в выражение для смещения

$$U_z^{(S)} = U_z^{(S1)} + U_z^{(S2)} = -jk_y\Psi_x + jk_x\Psi_y$$

угол φ не должен входить. Это означает, что в области трехмерных спектров $[k_x, k_y, \omega]$ в выражение $U_z^{(S)}(k_x, k_y, \omega)$ переменные k_x и k_y должны входить только в форме $k_\rho \equiv (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$. Поскольку у нас источник имеет круглую форму, излучаемое им поле целесообразно описывать в цилиндрической системе координат $[\rho, \varphi, z]$. В области спектров тоже целесообразно перейти в цилиндрическую систему $[k_x, k_y, k_z]$. Напомним формулы такого перехода

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi, & y &= \rho \sin \varphi, & z &= z, \\ k_x &= k_\rho \cos \psi, & k_y &= k_\rho \sin \psi, & k_z &= k_z, \end{aligned} \quad (12.21)$$

здесь φ – азимут точки $[x, y]$ наблюдения, \vec{k} – вектор, ориентированный по направлению распространения фронта волны, ψ – угол этого направления,

$\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $k_\rho = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$. Считаем, что $\psi = \theta + \varphi$, причем $\theta \leq \pi/2$, где $\theta = \psi - \varphi$ – угол между направлением фронта волны и азимутом точки наблюдения. Условие $\theta \leq \pi/2$ означает, что мы ограничиваемся рассмотрением только тех волн, которые бегут от источника, причем точки наблюдения x , y находятся за пределами источника, т.е. $\rho \geq \rho_0$. При таких предположениях выполнение условия $\theta \leq \pi/2$ становится очевидным.

В выражении

$$U_z^{(S)} = U_z^{(S1)} + U_z^{(S2)} = -jk_y \Psi_x + jk_x \Psi_y$$

переменные k_x и k_y не будут фигурировать только в том случае, если неизвестные Ψ_x и Ψ_y имеют вид

$$\Psi_x = (-jk_y)M_{xy}(k_\rho, s_z), \quad \Psi_y = (jk_x)M_{xy}(k_\rho, s_z), \quad (12.22)$$

где $M(k_\rho, s_z)$ – неизвестная функция от переменных k_ρ и s_z .

Теперь неизвестными являются Φ , M_{xy} , Ψ_z . Чтобы размерности искомых функций были одинаковыми, обозначим $\Phi \equiv jk_z M_p$, $\Psi_z \equiv (jk_x k_y / k_z) M_z$, т.е. вместо неизвестных Φ и Ψ_z фигурируют неизвестные M_p и M_z , только и всего.

При использовании этих функций искомые смещения поперечных волн в области спектров k_x , k_y , ω будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} U_x^{(S)} &= (-js_z)\Psi_y + (jk_y)\Psi_z = (-js_z)(jk_x)M_{xy} + (jk_y)(jk_x k_y / s_z)M_z, \\ U_y^{(S)} &= (jk_z)\Psi_x + (-jk_x)\Psi_z = (jk_z)(-jk_y)M_{xy} + (-jk_x)(jk_x k_y / k_z)M_z, \\ U_z^{(S)} &= (-jk_y \Psi_x) \vec{e}_z + (jk_x \Psi_y) \vec{e}_z = (-jk_y)(-jk_y)M_{xy} + (jk_x)(jk_x)M_{xy} = (-k_\rho^2)M_{xy}. \end{aligned} \quad (12.23)$$

Когда эти выражения подставим в граничные условия (12.17), получим систему из трех уравнений:

$$a_{n1}M_p + a_{n2}M_{xy} + a_{n3}M_z = B_n/\mu, \quad n = 1, 2, 3 = x, y, z, \quad (12.24)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= -jp_z g^2, & a_{12} &= -2jk_\rho^2 s_z, & a_{13} &= 0, \\ a_{21} &= -jp_z 2k_x p_z, & a_{22} &= -jk_x g, & a_{23} &= -jk_x k_y^2, \\ a_{31} &= -jp_z 2k_y p_z, & a_{32} &= jk_y g, & a_{33} &= -jk_x^2 k_y. \\ g &\equiv (S_0^2 - 2k_\rho^2)^{1/2}, & s_z &\equiv (S_0^2 - k_\rho^2)^{1/2}, & p_z &\equiv (P_0^2 - 2k_\rho^2)^{1/2}, \\ S_0 &\equiv \omega/v_S, & P_0 &\equiv \omega/v_P. \end{aligned}$$

Прокомментируем, как получается коэффициент a_{11} . Первую строку (12.24) граничных условий для продольных волн записываем следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau_{zz}^{(P)} &= [\lambda \operatorname{div} \vec{U}^P + 2\mu(jk_z)U_z^P]_{z=0} = [\lambda(jk_x U_x + jk_y U_y + jp_z U_z) + 2\mu(jp_z)U_z^P] \\ &= -jp_z M_p \{ \lambda(k_x^2 + k_y^2 + p_z^2) + 2\mu p_z^2 \} = -jp_z M_p \{ [\lambda P_0^2 + 2\mu(P_0^2 - k_\rho^2)] \}. \end{aligned}$$

Записываем

$$\lambda + 2\mu = \rho v_P^2, \quad \mu = \rho v_S^2, \quad P_0^2 = (\omega/v_P)^2, \quad \lambda/\mu = v_P^2/v_S^2 - 2,$$

$$\lambda P_0^2 = (\rho v_P^2 - 2\rho v_S^2)(\omega/v_P)^2 = \mu[(\omega/v_S)^2 - 2(\omega/v_P)^2] = \mu[S_0^2 - 2P_0^2].$$

Поэтому

$$\tau_{zz}^{(P)}/\mu = -jp_z M_p \{S_0^2 - 2P_0^2\} + 2(P_0^2 - k_\rho^2) = -jp_z M_p g^2 = a_{11} M_p.$$

Решая систему уравнений (12.19), получим

$$\begin{aligned} M_p &= (2k_x s_z B_x + 2k_y s_z B_y + g^2 B_z)(j/\rho)(1/p_z), \\ M_{xy} &= (-jk_x g^2 B_x - jk_y g^2 B_y + j2p_z k_\rho^2 B_z)/(k_\rho^2 \rho), \\ M_z &= (B_x/k_x - B_y/k_y)(j/k_\rho^2), \end{aligned} \quad (12.25)$$

где $\rho \equiv g^4 + 4k_\rho^2 p_z s_z$ — знаменитый “знаменатель Релея”.

Смещения в продольной волне будут определяться по формуле

$$\begin{aligned} \vec{U}^{(P)} &= \text{grad } \Phi = (k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + p_z \vec{e}_z) \Phi = (k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + p_z \vec{e}_z) j p_z M_p \\ &= (k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + p_z \vec{e}_z) [g^2 B_z + 2k_x s_z B_x + 2k_y s_z B_y] (j/\rho). \end{aligned} \quad (12.26)$$

Формулы для смещения в поперечной волне запишем отдельно для вертикального и горизонтальных источников.

Вертикальный источник: $B_z \neq 0, B_x = 0, B_y = 0$.

В этом случае $M_z = 0, M_{xy} = B_z j p_z / \rho$.

Подставляя это выражение в (12.25), получим

$$\begin{aligned} U_x^{(S)} &= (k_x s_z) M_{xy} = B_z (j 2k_x p_z s_z) (1/\rho), \\ U_y^{(S)} &= (k_y s_z) M_{xy} = B_z (j 2k_y p_z s_z) (1/\rho), \\ U_z^{(S)} &= (-k_\rho^2) M_{xy} = B_z (-j 2k_\rho^2 p_z) (1/\rho). \end{aligned} \quad (12.27)$$

Горизонтальный x-источник: $B_z = 0, B_x \neq 0, B_y = 0$.

В этом случае $M_{xy} = (-j)[B_x k_x] g^2 / (k_\rho^2 \rho), M_z = j[B_x(1/k_x)] / (k_\rho^2)$.

Подставим M_{xy} и M_z в (12.25):

$$\begin{aligned} U_x^{(S)} &= (-j s_z)(j k_x) M_{xy} + (j k_y)(j k_x k_y / s_z) M_z = B_x (-j/k_\rho^2) \{s_z k_x^2 g^2 (1/\rho) + k_y^2 / s_z\}, \\ U_y^{(S)} &= s_z k_y M_{xy} + k_x k_x k_y / k_z M_z = B_x (-j k_x k_y / k_\rho^2) \{s_z g^2 (1/\rho) - 1/s_z\}, \\ U_z^{(S)} &= (-k_\rho^2) M_{xy} = B_x (j k_x g^2) (1/\rho). \end{aligned} \quad (12.28)$$

Горизонтальный y-источник: $B_z = 0, B_x = 0, B_y \neq 0$.

В этом случае $M_{xy} = B_y (-j k_y g^2) / (k_\rho^2 \rho), M_z = B_y (-j/k_y) / k_\rho^2$.

Заметим, что в принципе можно было бы ограничиться случаем $B_z = 0, B_x \neq 0, B_y = 0$. Но совместное рассмотрение источников $B_x \neq 0, B_y \neq 0$ удобно тем, что позволяет видеть своеобразную симметрию волнового поля этих источников. Подставим M_{xy} и M_z в (12.25):

$$\begin{aligned}
U_x^{(S)} &= (s_z k_x) M_{xy} - k_x k_y^2 / s_z M_z = B_y (-j k_x k_y / k_\rho^2) \{s_z g^2 (1/\rho) - (1/s_z)\}, \\
U_y^{(S)} &= (j k_z) (-j k_y) M_{xy} + (-j k_x) (j k_x k_y / k_z) M_z \\
&= B_y \{ (s_z k_y^2 g^2) (1/\rho) + (k_x^2 / s_z) \} (-j / k_\rho^2), \\
U_z^{(S)} &= (-k_\rho^2) M_{xy} = B_y (j k_y g^2) (1/\rho).
\end{aligned} \tag{12.29}$$

В формулах фигурирует трехмерный спектр $B(k_x, k_y, \omega)$ источника. Он определяется путем преобразования Фурье, обратным по сравнению с (12.18), т. е.

$$B(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{+j\omega t} dt (2\pi)^2 \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} b(x, y, t) e^{-j(k_x x - k_y y)} dx dy. \tag{12.30}$$

Примечательно, что для рассматриваемого нами источника ($b_{x,y,z} = \text{const} \equiv b_{x,y,z}^0$ при $\rho \leq \rho_0$ и $b_{x,y,z} = 0$ при $\rho \geq \rho_0$) этот интеграл берется. Результат выглядит следующим образом:

$$B(k_x, k_y, \omega) = b^0(\omega) 2\pi \rho_0^2 J_1(\varepsilon) / \varepsilon = F_g 2J_2(\varepsilon) / \varepsilon, \quad \varepsilon \equiv k_\rho \rho_0. \tag{12.31}$$

где $J_1(\varepsilon)$ – функция Бесселя первого порядка.

Приведем для сравнения формулу Ф. М. Гольцмана для частотной характеристики (диаграммы направленности) прямоугольной группы (антенны) источников, расположенных непрерывно в интервале от $-x_0$ до $+x_0$:

$$\begin{aligned}
L_x(k_x, k_y, \omega) &= F_g(\omega) \sin(x_0 k_x) / (x_0 k_x), \\
k_x &= k_\rho \cos \psi, \quad k_\rho = \omega / v_\rho, \quad k_x = \omega / v_x,
\end{aligned} \tag{12.32}$$

v_ρ – кажущаяся скорость волны в радиальном направлении \vec{e}_ρ ; v_x – кажущаяся скорость волны по оси x .

Заметим, что при $k_x = 0$ имеем $\sin(x_0 k_x) / (x_0 k_x) = 1$. Любопытно, что при $\varepsilon = 0$ тоже имеем $2J_2(\varepsilon) / \varepsilon = 1$, $\varepsilon \equiv k_\rho \rho_0$.

Равенство $k_x = 0$ означает, что $v_x = \infty$, т. е. ко всем точкам антенны волна приходит одновременно.

Далее, еще более любопытно: первый нуль, т. е. $\sin(x_0 k_x) / (x_0 k_x) = 0$ имеет место при $(x_0 k_x) = \pi = 3.14$. Первый нуль, $2J_2(\varepsilon) / \varepsilon = 0$, имеем при $\varepsilon = 3.84$.

Другими словами, частотная характеристика прямоугольной группы источников и круглого источника очень похожи друг на друга. Но функция $B(k_x, k_y, \omega)$ является диаграммой направленности площадной антенны, а $L_x(k_x, k_y, \omega)$ – антенны, вытянутой в одну линию. Поэтому для сравнений надо взять источник равномерно распределенный внутри прямоугольника со сторонами $2x_0, 2y_0$ или квадрата $2x_0 = 2y_0$. Частотная характеристика такого источника будет описываться формулой

$$L_{x,y}(k_x, k_y, \omega) = F_g(\omega) [\sin(x_0 k_x) / (x_0 k_x)] [\sin(y_0 k_y) / (y_0 k_y)], \tag{12.33}$$

v_y – кажущаяся скорость волны по оси y .

Заметим, что представить работу антенны в форме прямоугольника легче, чем круглой, а также представить действие функции $L_{x,y}(k_x, k_y, \omega)$ на вид исследуемой волны легче, если считать, что некоторый фильтр $L_{x,y}(k_x, k_y, \omega)$ стоит не в точке излучения, а в точке приема.

На практике мы имеем многослойную среду. Пусть в пункте излучения (на почвенном грунте) скорости были маленькие: $v_P = 100$ м/с, $v_S = 50$ м/с, а на глубине $v_P = 3000$ м/с, $v_S = 2000$ м/с. Представим себе, что в пункте излучения стоит не источник, а приемники.

Чтобы принимаемая волна была полностью уничтожена, т. е. оказалась на нуле частотной характеристики (т. е. в точке $\sin(x_0 k_x)/(x_0 k_x) = 0$), надо выполнить условие $(x_0 k_x) = \pi$. Это означает, что

$$x_0 \omega / v_P = x_0 2\pi f / v_P = x_0 2\pi / \lambda_P = \pi, \quad x_0 2 / \lambda_P = 1, \quad 2x_0 = \lambda_P,$$

т. е. запаздывание волны между точками $x = -x_0$ и $x = x_0$ должно быть равно периоду колебаний, т. е. $2x_0 / v_P = 1/f = T$. В нашем случае ($v_P = 100$ м/с) на частоте 50 Гц будем иметь $2x_0 = v_P / f = 2$ м, для поперечной волны ($v_S = 50$ м/с) $2x_0 = v_S / f = 1$ м.

Как видим, цифры вполне практичны. Именно по этой причине, чтобы получить сейсмограммы с широкополосным (до 70–100 Гц) спектром, группирование источников должно производиться только после введения статических поправок.

Волна в дальней зоне. Наиболее важным для практики является ожидаемая амплитуда продольной волны, возбуждаемой вертикальным источником, а именно

$$U_z^{(P)} = p_z g^2 B_z(j/\rho), \quad B(k_\rho, \omega) = F_g(\omega) 2J_2(\varepsilon)/\varepsilon, \quad \varepsilon \equiv k_\rho \rho, \quad (12.34)$$

см. формулу (12.26). Для круглого источника интеграл (12.14) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} u_z^{(P)}(x, y, z, \omega) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} U_z(k_x, k_y, \omega) e^{j(k_x x + k_y y + p_z z)} dk_x dk_y \\ &= \frac{1}{2\pi\mu} \int_0^{\infty} B_z \frac{g^2 p_z}{\rho} J_0(k_\rho) k_\rho dk_\rho \end{aligned} \quad (12.35)$$

Вдали от источника этот интеграл можно взять методом “перевала” [194]. Результат при $2\rho_0 \leq \lambda_P/2$, $z \gg \lambda_P$, $\rho = 0$ выглядит следующим образом:

$$u_z^{(P)}(x, y, z, \omega) = F_g(\omega) / (2\pi \rho_g v_P^2 z), \quad (12.36)$$

где ρ_g – плотность среды полупространства, v_P – скорость продольной волны в этом полупространстве.

Примечательность этой формулы состоит в том, что при условии $2\rho_0 \leq \frac{\lambda_P}{2}$ амплитуда продольной волны не зависит от формы виброплатформы. Она зависит только от амплитуды $F_g(\omega)$ силы, действующей на грунт. (Это дает свободу при разработке невзрывных источников.)

Сопротивление излучения. В п. 12.2 мы видели, что сопротивление, оказываемое грунтом силе источника, определяется формулой (12.3):

$$Z(p) = (F_g^o/U_g^o)(1/p),$$

где $p \equiv j\omega$, F_g^o – комплексная амплитуда силы источника, U_g^o – смещение среды в точке воздействия силы F_g^o .

Для определения сопротивления $Z(p)$ при вертикальном воздействии надо рассчитать смещение грунта $U_z(t) = U_z^P + U_z^S$ в точках $\rho \leq r_0$ на поверхности $z = 0$ полупространства. При этом брать интегралы приходится численными методами. Раньше это было довольно трудно делать. Эта работа была выполнена В. А. Бабешко, М. Г. Селезневым и их учениками. Полученные графики в [194] перестраивались в функцию Z_p . При этом оказалось, что при $0.1 \leq \gamma^2 \leq 1/2$, $0 \leq \omega r_0/v_S \leq 4$ эта функция не плохо описывается следующей формулой:

$$Z_g(\omega) = K_g/p + R_g + pM_g, \quad Z_g(\omega)p = K_g + pR_g + p^2M_g, \quad p \equiv j\omega, \quad (12.37)$$

$$K_g \approx 6(1 - \gamma^2)\rho v_S^2 r_0, \quad R_g \approx 3.8(1 - \gamma^2)\rho v_S r_0^2, \quad M_g \approx (1 - \gamma^2)\rho r_0^3. \quad (12.38)$$

В настоящее время при компьютерной технике такие расчеты выполняются гораздо легче. Величину R_g , как указывалось, принято называть активным сопротивлением излучения, M_g – “присоединенной массой”, K_g – жесткостью среды (грунта). В линейной среде мощность, выделяемая на сопротивлении R_g , представляет собой мощность, излучаемую источником в виде сейсмических волн. Если в элементарных электрических цепях сопротивление R_g , емкость $C = 1/K_g$ и индуктивность M_g представляют собой величины постоянные (не зависящие от частоты), то в нашем случае они будут постоянными лишь в первом приближении.

Характер изменения этих параметров в более широком диапазоне ($0 \leq \gamma^2 \leq 1/2$, $0 \leq \omega r_0/v_S \leq \infty$) выяснялось на сопротивлении излучения осциллирующего шара, действующего в безграничном пространстве. Почему? А просто потому, что диаграммы направленности продольных волн, излучаемых осциллирующим шаром в безграничном пространстве и источником, действующим на поверхности полупространства, близки друг к другу. И во вторых, для осциллирующего шара имеются аналитические формулы, справедливые даже при $\gamma = 0$, т. е. в жидкой среде [194].

При этом оказалось, что активное сопротивление излучения R_g осциллирующего шара в достаточно твердых средах ($0.2 \leq \gamma^2 \leq 1/2$) является функцией слабо зависящей от частоты. При $\gamma \rightarrow 0$ ситуация меняется: жесткость $K_g \rightarrow 0$,

$$R_g \rightarrow Z_g^o \Omega^4 (4 + \Omega^4)^{-1}, \quad \omega M_g \rightarrow Z_g^o (2\Omega + \Omega^3 (4 + \Omega^4)^{-1}), \quad (12.39)$$

$$Z_g^o \equiv (1/3)S_g \rho_g v_P, \quad \Omega \equiv \omega r_0/v_P, \quad S_g \equiv 4\pi r_0^2. \quad (12.40)$$

12.8. Типичная схема невзрывного источника, действующего на земной поверхности

Такая схема приведена на рис. 12.1, а (с. 335). Силовая камера, генерирующая силу $F_0(t)$, одним полюсом действует на платформу, имеющую массу $M_{\text{пл}}$, другим полюсом – на инертную массу $M_{\text{и}}$. Платформа может быть прижата (а может и нет) к земле весом “прижимной” массы $M_{\text{пр}}$. Прижимная масса $M_{\text{пр}}$ может и не иметь связи с вибрацией платформы (при помощи мягкой пружины, имеющей жесткость $K_{\text{пр}}$). Обычно прижим платформы осуществляют симметрично относительно точки воздействия силы $F_0(t)$. Поэтому на рис. 12.1, а прижимную систему мы расположили симметрично относительно центра платформы.

Грунт (геологическую среду) представляем в виде пружины с жесткостью K_g , демпфера R_g и “присоединенной” массы M_g . Сразу запишем главное для нас уравнение: сила, действующая на грунт, равна

$$F_g(t) = M_{\text{и}}\ddot{U}_{\text{и}} + M_{\text{пр}}\ddot{U}_{\text{пр}} + M_{\text{пл}}\ddot{U}_{\text{пл}}, \quad (12.41)$$

где $\ddot{U}_{\text{и}}$, $\ddot{U}_{\text{пр}}$, $\ddot{U}_{\text{пл}}$ – ускорения соответствующих масс.

Кроме этих сил, на грунт через платформу действуют силы тяжести всех масс источника. Силы тяжести трех наших основных масс на рисунке показаны в виде $E_{\text{пр}}$, $E_{\text{и}}$ и $E_{\text{пл}}$. Принципиальным отличием этих сил от силы F_0 нашей силовой камеры состоит в том, что сила E_k одним полюсом действуют на свою массу M_k , а другим полюсом она привязана к неподвижной точке, находящейся в центре Земли.

Рассмотрим сначала случай, когда наш источник “летает в космосе”, вне земного притяжения. В этом случае $F_g(t) = 0$. Пусть жесткость $K_{\text{пр}}$ бесконечна, т. е. масса $M_{\text{пр}}$ соединена с платформой $M_{\text{пл}}$ при помощи недеформируемого стержня. Тогда $\ddot{U}_{\text{пр}}(t) = \ddot{U}_{\text{пл}}(t)$ и при действии силовой камеры ($F_0(t) \neq 0$) масса $M_{\text{пл}} + M_{\text{пр}}$ будет двигаться в сторону, противоположную движению массы $M_{\text{и}}$, т. е. функции $\ddot{U}_{\text{и}}(t)$ и $\ddot{U}_{\text{пл}}(t)$ будут иметь одинаковую форму, но противоположные знаки, $F_g(t) = M_{\text{и}}\ddot{U}_{\text{и}} + (M_{\text{пр}} + M_{\text{пл}})\ddot{U}_{\text{пл}} = 0$. Отсюда

$$-\ddot{U}_{\text{и}}/\ddot{U}_{\text{пл}} = (M_{\text{пр}} + M_{\text{пл}})/M_{\text{и}}, \quad \ddot{U}_{\text{пл}} = -\ddot{U}_{\text{и}} M_{\text{и}}/(M_{\text{пр}} + M_{\text{пл}}). \quad (12.42)$$

Другой пример. Если жесткость $K_{\text{пр}}$ равна нулю или эта пружина очень мягкая, то при колебаниях платформы $M_{\text{пл}}$ клеммы пружины $K_{\text{пр}}$ будут сходиться–расходиться, а масса $M_{\text{пр}}$ будет стоять на месте или двигаться с постоянной скоростью, равной скорости полета нашего источника “в космосе”.

Теперь пусть наш источник, наконец-то, сел на землю. Рассмотрим сначала импульсный источник, у которого прижимная масса отсутствует ($M_{\text{пр}} = 0$). Прототипом такого источника будет *импульсный электро-магнитный источник “Енисей”* [88], разработанный В. В. Ивашиным и его учениками. Платформа лежит на почвенном грунте, т. е. на очень мягкой пружине K_{g1} . Под почвенным грунтом залегает суглинок – более жесткая пружина K_{g2} . При $t = 0$ силовая камера начинает расширяться, толкая платформу $M_{\text{пл}}$ вниз, а инертную массу $M_{\text{и}}$ вверх. Платформа сначала встречает очень мягкую пружину, и массы $M_{\text{пл}}$ и

M_n движутся так, как будто бы наш источник находится в космосе. Если в этих массах будут установлены акселерометры, то будем иметь $-\ddot{U}_n/\ddot{U}_{пл} \approx M_{пл}/M_n$. Это означает, что сила, действующая на грунт, $F_g(t) \approx 0$.

В интервале времени $0 < t \leq t_1$ пружина K_{g1} полностью сожмется, платформа $M_{пл}$ встретит более жесткую пружину K_{g2} . Величина $|\ddot{U}_{пл}|$ уменьшится по сравнению с тем, что было в космосе, и появится отличная от нуля вертикальная сила. В источнике “Енисей” в некоторый момент времени $t = t_2$ инертная масса $M_{пл}$, летя вверх, отрывается от платформы. Поэтому сила $F_g(t)$, действующая на грунт, будет определяться следующей формулой:

$$\text{при } t \leq t_2 \quad F_g(t) = M_n \ddot{U}_n + M_{пл} \ddot{U}_{пл}; \quad \text{при } t \leq t_2 \quad F_g(t) = M_{пл} \ddot{U}_{пл}. \quad (12.43)$$

В экспериментах, поставленных В. И. Циммерманом и В. П. Смирновым [167], $t_1 \approx (3 \div 4)10^{-3}$ с, $t = t_2 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ с.

Важность знания силы $F_g(t)$ вытекает из того, что в однородном полупространстве на глубине z по вертикали смещение в продольной волне вдали от источника описывается формулой (см. формулу (12.38)): $U_z^P(t) = F_g(t)/(2\pi\rho_g v_P^2 z)$, где ρ_g , v_P – плотность среды и скорость продольной волны в однородном полупространстве.

Пусть рассматриваемый источник имеет достаточно большую силу и грунт в точках контакта не остается неизменным.

Перейдем теперь к вибрационному воздействию на среду. Расчетные формулы легче получаются на электрическом аналоге (см. рис. 12.1, г) механической схемы (см. рис. 12.1, а), построенном по методу Гамбурцева. На рис. 12.1, б и 12.1, в приведены промежуточные схемы перевода механической схемы в электрическую. Напомним, что суть метода состоит в том, что масса M считается тоже двухполюсным элементом, второй полюс которого “привязан” к некоторому неподвижному пространству. Этот элемент дает о себе знать только тогда, когда клемма (первый полюс) перемещается с ускорением \ddot{U}_m . Тогда этот элемент “сопротивляется” с силой $M\ddot{U}_m$. (Точно так же элемент трения дает о себе знать только тогда, когда появляется отличная от нуля скорость перемещения первой клеммы этого элемента относительно второй его клеммы.)

Дальше производится замкнутый разрез (штриховые линии на рис. 12.1, б), пересекающий все двухполюсные элементы, но нигде не пересекающий сплошные линии. Легко видеть, что такой разрез можно сделать лишь единственным способом, значит перевод механической схемы в электрическую однозначен (единственен). Линии указанного разреза представляют собой соединения в эквивалентной электрической схеме (см. рис. 12.1, в). Полученную таким образом схему представляем далее в привычной форме (см. рис. 12.1, г).

В электрической схеме массы превратились в индуктивности, демпферы – в активные сопротивления, пружины – в емкости, силы – в напряжения, а скорости – в электрические токи.

В полученной схеме ток J_0 представляет собой комплексную амплитуду скорости перемещения полюса (клеммы) a_1 относительно полюса (клеммы) a_2 , см. механическую схему (рис. 12.1, а).

Токи J_n , $J_{пл}$ и J_g – комплексные амплитуды скорости перемещения масс M_n , $M_{пл}$ и излучающей поверхности S_g .

Вернемся к элементу Z_n , который подключен к точкам a_1 и a_2 , см. рис. 12.1, а. В механической схеме смысл этого элемента был не очевиден, а в электрической схеме нагляден: это внутреннее сопротивление силовой камеры. Элемент Z_n характеризует внутренние (конструктивные) свойства силовой камеры.

Можно утверждать, что любой источник сейсмических волн (взрывной, невзрывной, вибрационный и т. д.) обладает некоторым внутренним сопротивлением. Если бы это было не так, то точки a_1 и a_2 при отсутствии нагрузки двигались бы с бесконечной скоростью. Это физически невозможно, что и доказывает наше утверждение. Другое дело, что величина Z_n , например, для дебалансного источника очень мала, но для некоторых конструкций невзрывных источников может оказаться существенной.

В п. 12.1 мы пользовались формулой из механики: сила, действующая на грунт, $F_g = \sum M_k \ddot{U}_k$. В электрической схеме, чтобы увидеть это свойство, достаточно составить равенство напряжений по контуру M_n , $M_{пр}$, $M_{пл}$ и через сопротивление потребителя Z_g , т. е. $F_n + F_{пр} + F_{пл} + F_g = 0$. Как видим, некоторые признаки или свойства механической схемы, которые *можно выявить только при помощи различных теорем*, с очевидной ясностью становятся видными на электрической схеме.

12.9. Вывод расчетных формул

Приступим к выводу расчетных формул. Нам надо получить формулы для расчета амплитуды силы F_g^o , действующей на грунт, и амплитуду смещения U_g^o или скорости смещения грунта $pU_g^o \equiv J_g$ в точках контакта с виброплатформой. Заданными считаются комплексная амплитуда силы F_0^o , генерируемой силовой камерой, массы M_n , $M_{пр}$ и $M_{пл}$, жесткость пружины $K_{пр}$, предназначенной для развязки от вибрации прижимной массы $M_{пр}$. Сопротивление трения этой пружины $R_{пр}$, которое в схеме не показано, будет являться варьируемым параметром. Кроме этого варьируемыми параметрами будут характеристики грунта K_g , R_g и M_g .

По первому контуру схемы рис. 12.1, г имеем уравнение напряжений $F_0 + Z_0 J_0 + pM_n J_n = 0$. У дебалансных вибраторов внутреннее сопротивление Z_0 силовой камеры пренебрежимо мало. Поэтому $F_0 + pM_n J_n = 0$, $F_0 + F_n = 0$. Если же условиться, что *амплитуда силы F_0 силовой камеры измеряется на инертной массе*, то для всех источников величину F_0 в формулах можно заменить на F_n . Так и будем делать дальше.

На стыке первого и второго контура имеем уравнение токов $J_0 = J_n + J_{пл}$. Уравнение напряжений $F_n + F_{пр} + F_{пл} + F_g = 0$ по второму контуру распишем с использованием сопротивлений и токов:

$$-pM_n J_n + pM_{пр} J_{пр} + pM_{пл} J_{пл} + Z_g J_g = 0. \quad (12.44)$$

Электрические цепи системы прижима заменим обобщенным сопротивлением $Z_{пр}$ по формуле

$$\frac{1}{Z_{\text{пр}}} = \frac{1}{pM_{\text{пр}}} + \frac{1}{K_{\text{пр}}/p + R_{\text{пр}}}, \quad Z_{\text{пр}} = \frac{pM_{\text{пр}}(K_{\text{пр}}/p + R_{\text{пр}})}{pM_{\text{пр}} + K_{\text{пр}}/p + R_{\text{пр}}} = pM_{\text{пр}}Z_{\text{пр}}^0, \quad (12.45)$$

$$Z_{\text{пр}}^0 \equiv \frac{(1 + pR_{\text{пр}}/K_{\text{пр}})}{p^2M_{\text{пр}}/K_{\text{пр}} + 1 + pR_{\text{пр}}/K_{\text{пр}}} = \frac{1 + ja_{\text{пр}}(f/f_{\text{пр}})}{1 - f^2/f_{\text{пр}}^2 + ja_{\text{пр}}(f/f_{\text{пр}})},$$

$$\omega^2 M_{\text{пр}}/K_{\text{пр}} = f^2/f_{\text{пр}}^2,$$

$$j\omega R_{\text{пр}}/K_{\text{пр}} = ja_{\text{пр}}(f/f_{\text{пр}}), \quad a_{\text{пр}} = R_{\text{пр}}/(K_{\text{пр}}M_{\text{пр}})^{1/2}, \quad \omega_{\text{пр}}^2 = K_{\text{пр}}/M_{\text{пр}}. \quad (12.46)$$

Обобщенное сопротивление грунта обозначим Z_g и представим в виде (12.37), (12.38): $Z_g = pM_g + R_g + K_g/p$. При выводе формул считаем, что платформа не отрывается от грунта, т. е. $J_g = J_{\text{пл}}$. В расчетах удобно использовать выражение

$$Z_{\text{пл}g} = Z_{\text{пл}} + Z_g = pM_{\text{пл}} + pM_g + R_g + K_g/p = (K_g/p)Z_{\text{пл}g}^0, \quad (12.47)$$

$$Z_{\text{пл}g}^0 \equiv (1 - x_{\text{пл}g}^2 + ja_{\text{пл}g}x_{\text{пл}g}),$$

$$x_{\text{пл}g} \equiv f/f_{\text{пл}g}, \quad M_{\text{пл}g} \equiv M_{\text{пл}} + M_g, \quad \omega_{\text{пл}g}^2 = K_{\text{пр}}/M_{\text{пл}g},$$

$$\frac{pR_g}{K_g} = \frac{pR_g}{\omega_{\text{пл}g}^2 M_{\text{пл}g}} = \frac{pR_g}{\omega_{\text{пл}g}^2 M_{\text{пл}g}} = jx_{\text{пл}g} \frac{R_g}{\omega_{\text{пл}g} M_{\text{пл}g}}, \quad (12.48)$$

$a_{\text{пл}g} = R_g/(\omega_{\text{пл}g} M_{\text{пл}g})$ – коэффициент затухания, $f_{\text{пл}g}$ – частота резонанса массы $M_{\text{пл}g}$ на пружине K_g .

При этом сопротивление грунта приобретает вид

$$Z_g = pM_g + R_g + K_g/p = (K_g/p)Z_g^0, \quad Z_g^0 = -x_{\text{пл}g}^2 m_{g\text{пл}} + ja_{\text{пл}g}x_{\text{пл}g} + 1, \quad (12.49)$$

$$m_{g\text{пл}} \equiv M_g/M_{\text{пл}g} \equiv M_g/(M_{\text{пл}} + M_g).$$

При использовании обобщенных сопротивлений схема рис. 12.1, г еще более упрощается. Из этой схемы видно, что ток $J_{\text{пл}}$ и напряжение F_g по закону Ома будут равны:

$$J_{\text{пл}} = F_{\text{н}}/Z_s, \quad F_g = F_{\text{н}} \cdot Z_g/Z_s, \quad Z_s \equiv Z_{\text{пр}} + Z_{\text{пл}} + Z_g. \quad (12.50)$$

Смещение прижимной массы $M_{\text{пр}}$ определим из уравнений

$$pM_{\text{пр}}J_{\text{пр}} + (R_{\text{пр}} + K_{\text{пр}}/p)J_{K_{\text{пр}}} = 0, \quad J_{\text{пр}} = J_{\text{пл}} + J_{K_{\text{пр}}}.$$

Отсюда

$$J_{\text{пр}}(pM_{\text{пр}} + R_{\text{пр}} + K_{\text{пр}}/p) = J_{\text{пл}}(R_{\text{пр}} + K_{\text{пр}}/p),$$

$$J_{\text{пр}}(pM_{\text{пр}} + R_{\text{пр}} + K_{\text{пр}}/p) = J_{\text{пл}}(R_{\text{пр}} + K_{\text{пр}}/p),$$

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{пл}}(1 + ja_{\text{пр}}x_{\text{пр}})/(1 - x_{\text{пр}}^2 + ja_{\text{пр}}x_{\text{пр}}), \quad (12.51)$$

$$x_{\text{пр}} \equiv f/f_{\text{пр}}, \quad a_{\text{пр}} = R_{\text{пр}}/(K_{\text{пр}}M_{\text{пр}})^{1/2}, \quad \omega_{\text{пр}}^2 = K_{\text{пр}}/M_{\text{пр}},$$

$f_{\text{пр}}$ – частота резонанса прижимной массы $M_{\text{пр}}$ на пружине $K_{\text{пр}}$.

Если в рабочей полосе частот прижимная масса $M_{\text{пр}}$ имеет хорошую развязку, т. е. сопротивление $Z_{\text{пр}}$ мало и им можно пренебречь, то формулы существенно упрощаются:

$$J_{\text{пл}} = J_g = F_{\text{и}}/Z_{\text{пл}g}, \quad Z_{\text{пл}g} \equiv Z_{\text{пл}} + Z_g, \quad F_g = F_{\text{и}}Z_g/Z_{\text{пл}g}. \quad (12.52)$$

Используя формулы (12.49)–(12.51), можно записать

$$F_g = F_{\text{и}} \frac{Z_g}{Z_{\text{пл}g}} = F_{\text{и}} \frac{Z_g^0}{Z_{\text{пл}g}^0}, \quad Z_g^0 \equiv 1 - x_{\text{пл}g}^2 m_{g\text{пл}} + ja_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g}, \quad (12.53)$$

$$Z_{\text{пл}g}^0 \equiv 1 - x_{\text{пл}g}^2 + ja_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g},$$

$$J_{\text{пл}} = J_g = F_{\text{и}} \frac{1}{Z_{\text{пл}g}} = F_{\text{и}} \frac{p}{K_g Z_{\text{пл}g}^0}, \quad U_g = F_{\text{и}} \frac{1}{K_g Z_{\text{пл}g}^0}. \quad (12.54)$$

12.10. Методика применения расчетных формул

Дальше рассмотрим несколько вариантов компоновки источника. Пусть первым будет *сейсморазведочный вибратор*.

В сейсморазведочных вибраторах с рабочей полосой, начинающейся с 10 Гц, резонансная частота $f_{\text{пр}}$ прижимной системы выбирается равной $2 \div 3$ Гц. Поэтому в рабочей полосе частот прижимная масса $M_{\text{пр}}$ оказывается не связана с вибрацией и можно пользоваться формулами (12.52)–(12.54).

Для определенности возьмем вибратор, у которого площадь виброплатформы $S_{\text{пл}} = 2 \text{ м}^2$, инертная (реактивная) масса $M_{\text{и}} = 1800 \text{ кг}$, масса виброплатформы вместе со всеми жестко соединенными с ней элементами $M_{\text{пл}} = 2000 \text{ кг}$, амплитуда силы силовой камеры $F_0^0 = F_{\text{и}} = 10 \cdot 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ т}$ в диапазоне частот от 10 до 200 Гц.

Оценим, какова может быть “присоединенная масса” M_g у такого вибратора. Для источника с круглой площадью $S_{\text{пл}} = \pi r_0^2$ имеем формулу $M_g \approx (1 - \gamma^2) \rho_g r_0^3$ (см. (12.37), (12.38)). Полагая $S_{\text{пл}} = \pi r_0^2 = 2 \text{ м}^2$, найдем $r_0 = 0.8 \text{ м}$. Отсюда $r_0^3 = 0.51 \text{ м}^3$.

Пусть грунт представляет собой среду Пуассона, т. е. $\gamma^2 = 1/3$. Плотность грунта равна $\rho_g = 1.7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Тогда $M_g \approx (2/3) 2.5 \cdot 10^3 \cdot 0.5 = 600 \text{ кг}$. Для жесткости K_g грунта мы имеем теоретическую формулу (12.38): $K_g \approx 6(1 - \gamma^2) \rho_g v_s^2 r_0$.

Сначала найдем приближенную величину K_g по экспериментальным данным.

Дорожники, которые используют вибраторы для уплотнения грунта, отмечают [192], что при массе платформы $M_{\text{пл}} \approx (2 \div 5) \cdot 10^3 \text{ кг}$ используются площади $S_{\text{пл}} = \pi r_0^2 = (1 \div 2) \text{ м}^2$. При этом частота $f_{\text{пл}g} \approx 18 \div 20 \text{ Гц}$. Но по мере уплотнения грунта или же в плотных грунтах эта частота может доходить до 40 Гц. Почему такой большой разброс данных? Просто потому, что грунтов много, но грунт в каждой точке имеет свои вполне конкретные “паспортные данные”. Поэтому возьмем некоторый “средний” грунт, где при $S_{\text{пл}} = 2 \text{ м}^2$, $M_{\text{пл}} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$, $M_{\text{пл}g} = 2.6 \cdot 10^3 \text{ кг}$ частота резонанса равна $f_{\text{пл}g} \approx 30 \text{ Гц}$. Отсюда $K_g = \omega_{\text{пл}g}^2 M_{\text{пл}g} = 9.36 \cdot 10^7 \text{ кг/с}^2$.

Любопытно, какому однородному полупространству соответствует такая жесткость? Подставляя в $K_g \approx 6(1 - \gamma^2)\rho_g v_S^2 r_0$ величины $\rho_g = 1.7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $r_0 = 0.8 \text{ м}$, $\gamma^2 = 1/3$, получим $v_S^2 = 1.7 \cdot 10^4$, $v_S = 130 \text{ м/с}$.

Рассмотрим силу, действующую на грунт, у сейсморазведочного вибратора. Для применения формулы (12.48) надо знать коэффициент затухания $a_{\text{пл}g}$. В формуле (12.48) стоит сопротивление R_g , о котором теория говорит, что $R_g \approx 3.8(1 - \gamma^2)\rho_g v_S r_0^2$. Подставив $r_0 = 0.8 \text{ м}$, $\gamma^2 = 1/3$, $v_S = 130 \text{ м/с}$, получим $R_g = 3.6 \cdot 10^5 \text{ кг/с}$. Отсюда $a_{\text{пл}g} = R_g/(\omega_{\text{пл}g} M_{\text{пл}g}) = 3.6 \cdot 10^5 / (2\pi 30 \cdot 2.6 \cdot 10^3) = 0.73$.

Сила, действующая на грунт на частоте резонанса, т. е. при $x_{\text{пл}g} = 1$, будет равна (см. (12.53)):

$$\begin{aligned} |F_g| &= F_{\text{н}} \frac{1 - x_{\text{пл}g}^2 m_g + j a_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g}}{1 - x_{\text{пл}g}^2 + j a_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g}} = F_{\text{н}} \left| \frac{1 - 1 \cdot 600/2600 + j 0.76}{j 0.73} \right| \\ &= F_{\text{н}} \cdot 1.42 = 10 \cdot 1.42 = 14.2 \text{ т.} \end{aligned} \quad (12.55)$$

Амплитуду смещения виброплатформы (грунта) определяем по формуле

$$U_g = F_{\text{н}} \frac{1}{K_g Z_{\text{пл}g}^0} = F_{\text{н}} \frac{1}{K_g (1 - x_{\text{пл}g}^2 + j a_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g})} = F_{\text{н}} \frac{1}{K_g j a_{\text{пл}g}}. \quad (12.56)$$

Подставляя сюда $F_{\text{н}} = 10 \cdot 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ т}$, $K_g = 7.56 \cdot 10^7$, $a_{\text{пл}g} = 0.73$, получим $U_g \approx 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $J_g = \omega_{\text{пл}g} U_g \approx 0.275 \text{ м/с}$.

Мощность, излучаемая в виде упругих волн, будет равна

$$W = (1/2) R_g J_g^2 = 13.5 \cdot 10^3 = 13.5 \text{ кВт} \quad (12.57)$$

– цифра близка к тому, что получал В. В. Циммерман в своих экспериментах ($W = 15 \text{ кВт}$).

Напомним, что рассмотренный пример соответствует одному частному случаю. В другой точке возбуждения или в других грунтах затухание $a_{\text{пл}g}$ и скорость v_S будут иными.

В табл. 12.2 приводятся значения отношений $|F_g/F_{\text{н}}|$, рассчитанных по формуле (12.53) на различных частотах $f = 10 \div 150 \text{ Гц}$ при $a_{\text{пл}g} = 1, 1/2, 1/4$, $f_{\text{пл}g} = 30 \text{ Гц}$.

Таблица 12.2

$a_{\text{пл}g}$	f							
	10	20	30	45	60	90	120	150
1	1.078	1.26	1.22	0.79	0.55	0.39	0.34	0.32
1/2	1.086	1.44	1.74	0.57	0.32	0.26	0.27	0.27
1/4	1.086	1.53	3.03	0.39	0.17	0.21	0.24	0.26

Из таблицы видно, что при $a_{\text{пл}g} = 1, 1/2, 1/4$ в области резонанса $f/f_{\text{пл}g} \approx 1$ величина $|F_g/F_{\text{н}}| \approx 1, 2, 4$, т. е. амплитуда силы F_g , действующей на грунт, в несколько раз превышает амплитуду силы $F_{\text{н}}$, действующей на платформу. Но за

такое разрастание приходится расплачиваться тем, что на высоких частотах $|F_g/F_n| \rightarrow 0$.

Выше предполагалось, что контакт виброплатформы с грунтом не теряется. Это означает, что суммарный вес E_Σ масс, расположенных в надстройке над платформой, больше силы F_n .

Какова величина параметра $a_{плg}$ на практике? Первые гидравлические (сейсморазведочные) вибраторы могли стабильно работать только при условии $E_\Sigma \geq 1.5 \cdot F_n$. Объяснить это можно так. Когда платформа отрывается от грунта, характеристики виброустановки меняются до такой степени, что система управления вибратора не может справиться со своими функциями. Это косвенно говорит о том, что на практике величина $a_{плg}$ может быть 1/2–1/4.

Выше мы пренебрегали колебаниями прижимной массы. Остановимся на вопросе о том, когда и насколько верно такое допущение. Амплитуда скорости смещения прижимной массы дается формулой (12.52)

$$J_{пр} = J_{пл}(1 + ja_{пр}x_{пр})/(1 - x_{пр}^2 + ja_{пр}x_{пр}). \quad (12.58)$$

При $a_{пр} = 0.5$ на частотах $f = f_{пр}x_{пр}$ ($x_{пр} = 1, 2, 4, 8$) отношение $J_{пр}/J_{пл} = 2.2, 1/2.3, 1/6.8, 1/15$, при $a_{пр} = 0.1$ на тех же частотах $J_{пр}/J_{пл} = 10, 1/10, 1/14, 1/30$.

А какова может быть величина $a_{пр}$ на практике? В нашей модели фигурирует лишь одна прижимная масса $M_{пр}$, насаженная на пружину с жесткостью $K_{пр}$. На практике прижимных масс много (в их число входит также масса водителя вибрационной установки). Эти массы развязаны от вибрации пружинами различного рода. Если какая-либо пара масса–пружина имеет малое затухание, то это будет проявляться при остановке вибрации, когда так или иначе частота вибрации снижается до нуля и, следовательно, проходит частоту $f_{пр}$, т. е. в этом случае будут наблюдаться значительные “биения” той массы, чего обычно не допускают. Это означает, что коэффициент затухания практически подбирается $a_{пр} \geq 0.5$.

12.11. Мощные низкочастотные вибраторы

Посмотрим, как 100-тонный вибратор соответствует вышеописанным формулам. Возьмем знакомый нам “средний” грунт, где $v_s = 130$ м/с, $\gamma^2 = 1/3$. Плотность грунта $\rho_g = 1.7 \cdot 10^3$ кг/м³.

Для вибратора исходными будут следующие данные. Площадь виброплатформы $S_{пл} = 16$ м², масса виброплатформы вместе со всеми жестко соединенными с ней элементами равна $M_{пл} = 120 \cdot 10^3$ кг, амплитуда силы силовой камеры меняется по закону $F_n = \omega^2 U_n^0 M_n$ и на частоте 10 Гц равна $100 \cdot 10^4$ Н = 100 т.

Определим резонансную частоту $f_{плg}$, силу F_g , действующую на грунт, амплитуду смещения $U_{пл}$ виброплатформы и мощность W_g , отдаваемую вибратором грунту. Потом эти результаты будем сравнивать с экспериментальными данными.

1. Оценим, какова может быть “присоединенная масса” M_g у такого вибратора. Для источника с круглой площадью $S_{пл} = \pi r_0^2$ имеем формулу $M_g \approx (1 - \gamma^2) \rho_g r_0^3$. Полагая $S_{пл} = \pi r_0^2 = 16$ м², найдем $r_0 = 2.26$ м. Отсюда $r_0^3 = 11.54$ м³ и $M_g \approx (2/3) 1.7 \cdot 10^3 \cdot 11.54 = 13 \cdot 10^3$ кг. Следовательно, $M_{плg} = M_{пл} + M_g = 133 \cdot 10^3$ кг.

2. Для жесткости K_g грунта мы имеем теоретическую формулу $K_g \approx 6(1 - \gamma^2)\rho_g v_S^2 r_0$. Подставляя в нее исходные данные, получим $K_g \approx 1.5 \cdot 10^4 v_S^2 = 2.5 \cdot 10^8$.

3. Определим резонансную частоту $\omega_{\text{пл}g}^2 = K_g/M_{\text{пл}g} = 2.5 \cdot 10^8/(133 \cdot 10^3) = 1.88 \cdot 10^3$. Отсюда $f_{\text{пл}g} = 6.9$ Гц.

4. Для применения формулы (12.55) надо знать затухание $a_{\text{пл}g}$. Затухание определяем по формуле $a_{\text{пл}g} = R_g/(\omega_{\text{пл}g} M_{\text{пл}g})$. Поэтому сначала надо определить сопротивление R_g , о котором говорит теория, что $R_g \approx 3.8(1 - \gamma^2)\rho_g v_S r_0^2$. Подставив сюда $r_0 = 2.26$ м, $\gamma^2 = 1/3$, $v_S = 130$ м/с, получим $R_g = 2,86 \cdot 10^6$ кг/с. Отсюда

$$a_{\text{пл}g} = R_g/(\omega_{\text{пл}g} M_{\text{пл}g}) = 2.86 \cdot 10^6/(2\pi 6.9 \cdot 133 \cdot 10^3) = 0.496.$$

5. Сила $F_{\text{и}} = \omega^2 U_{\text{и}}^o M_{\text{и}}$ на частоте 10 Гц равна $100 \cdot 10^4 N = 100$ т, на частоте 6.9 Гц $F_{\text{и}} = 47.6 \cdot 10^4 N = 47.6$ т.

6. Сила, действующая на грунт на частоте резонанса, т. е. при $x_{\text{пл}g} = 1$, будет равна (см (12.53))

$$\begin{aligned} |F_g| &= F_{\text{и}} \frac{1 - x_{\text{пл}g}^2 m_{g\text{пл}} + j a_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g}}{1 - x_{\text{пл}g}^2 + j a_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g}} = 47.6 \left| \frac{1 - 1 \cdot 13/133 + j 0.496}{j 0.496} \right| \\ &= 98.6 \text{ т.} \end{aligned} \quad (12.59)$$

7. Амплитуду смещения виброплатформы (грунта) определяем по формуле

$$U_g^o = F_{\text{и}} \frac{1}{K_g(1 - x_{\text{пл}g}^2 + j a_{\text{пл}g} x_{\text{пл}g})} = F_{\text{и}} \frac{1}{K_g j a_{\text{пл}g}}. \quad (12.60)$$

Подставляя $F_{\text{и}} = 47.6 \cdot 10^4 N = 10$ т, $K_g = 2.5 \cdot 10^8$, $a_{\text{пл}g} = 0.496$ получим $U_g^o \approx 3.8 \cdot 10^{-3}$ м, $J_g = \omega_{\text{пл}g} U_g^o \approx 0.164$ м/с.

8. Мощность, излучаемая в виде упругих волн, будет равна

$$W = (1/2) R_g J_g^2 = (1/2) 2.86 \cdot 10^6 J_g^2 = 38.7 \cdot 10^3 = 38.7 \text{ кВт.} \quad (12.61)$$

Определим эти величины на верхней частоте 10 Гц, где $F_{\text{и}} = 100$ т, $x_{\text{пл}g} = 10/6.9 = 1.45$ и $a_{\text{пл}g} = 0.496$. Сила, действующая на грунт, $|F_g| = 81$ т, амплитуда смещения виброплатформы (грунта) $U_g^o \approx 3 \cdot 10^{-3}$ м; скорость перемещения $J_g^o \approx 0.188$ м/с; мощность, излучаемая в виде упругих волн, $W = 50$ кВт.

Теперь посмотрим на результаты экспериментов. На рис. 12.2 (с. 338) приведены графики амплитуды скорости для случаев, когда на одну и ту же виброплатформу устанавливались дебалансы с $M_{\text{и}} U_{\text{и}}^o = 48, 70, 126$ кг·м. (Два дебаланса $M_{\text{и}} U_{\text{и}}^o = 126$ кг·м на частоте 10 Гц дают силу 100 т, а $M_{\text{и}} U_{\text{и}}^o = 48$ кг·м на этой же частоте – силу 38 т.) На рис. 12.3 (с. 341) приведены графики амплитуды силы для двух случаев, когда на одну и ту же виброплатформу устанавливались

дебалансы с $M_n U_n^0 = 48, 126$ кг·м. Кроме того, на этом же рисунке точечными линиями приведены функции $F_n = \omega^2 U_n^0 M_n$ в тоннах для указанных дебалансов.

Как видим, теоретически ожидаемые величины, можно сказать, удовлетворительно соответствуют результатам эксперимента: теоретическая резонансная частота $f_{плг} = 6.9$ Гц, а эксперимент дает 7 Гц, теоретическая мощность на частоте $f_{плг} = 6.9$ Гц равна $W = 38.7$ кВт, эксперимент дает 37 кВт. Полного совпадения нельзя ожидать, так как теоретические формулы для сопротивления излучения получены для идеального однородного упругого полупространства.

Обратим внимание на то, что при использовании дебаланса $M_n U_n^0 = 48$ кг·м частота резонанса смещается в сторону высоких частот. Это явление объясняет “девочка, играющая с мячом”, которая была описана в п 12.3.

Литература

- [1] Алексеев А.С. Некоторые обратные задачи теории распространения волн. I. II // Изв. АН СССР. Сер. Геофизика. – 1962. – Т. 11. – С. 1515–1531.
- [2] Алексеев А.С. О кинематических и динамических свойствах основных глубинных волн в некоторых моделях земной коры. Глубинное сейсмическое зондирование в СССР. – Л.: Гостоптехиздат, 1962. – С. 320–334.
- [3] Алексеев А.С. Обратные динамические задачи сейсмоки // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных. – М.: Наука, 1967. – С. 9–84.
- [4] Алексеев А.С. Формулировка совмещенных обратных задач геофизики // Условно корректные проблемы математической физики и анализа. – Новосибирск: Наука, 1992. – С. 7–18.
- [5] Алексеев А.С., Бабич В.М., Гельчинский Б.Я. Лучевой метод вычисления интенсивности волновых фронтов // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – Л., 1961. – № 5. – С. 3–24.
- [6] Алексеев А.С., Бабич В.М., Гельчинский Б.Я. Об определении интенсивности волн в теории упругости лучевым методом // Докл. АН СССР. – 1958. – Т. 1, № 4. – С. 661–664.
- [7] Алексеев А.С., Белоносов А.С., Петренко В.Е. О концепции многодисциплинарного прогноза землетрясений с использованием интегрального предвестника // Проблемы динамики литосферы и сейсмичности: Сб. научн. тр. – М.: ГЕОС, 2001. – С. 81–97. – (Вычислительная сейсмология; Вып. 32).
- [8] Алексеев А.С., Бубнов Б.А. Устойчивость решения совмещенной обратной задачи гравитики и сейсмоки // Докл. АН СССР. – 1984. – Т. 275, № 2. – С. 332–335.
- [9] Алексеев А.С., Гельчинский Б.Я. Лучевой метод вычисления головных волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – Л.: Изд. ЛГУ, 1961. – № 5. – С. 54–72.
- [10] Алексеев А.С., Гельчинский Б.Я. О лучевом методе вычисления полей волн в случае неоднородных сред с криволинейными границами раздела // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – Л., 1959. – № 3. – С. 16–47.
- [11] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Дряхлов С.И. и др. Эффект акустосейсмической индукции при вибросейсмическом зондировании // Докл. АН СССР. – 1996. – Т. 346, № 5. – С. 664–667.
- [12] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Еманов А.Ф. и др. Изучение структуры вибросейсмического поля мощных источников // Проблемы геоакустики: методы и средства. – М.: Изд. МГУ, 1996. – С. 155–160.
- [13] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В. Активная сейсмология: концепция, средства, задачи // Глобальные изменения природной среды и климата / Избр. тр. под ред. акад. Н.П. Лаверова. – М.: Изд. Миннауки и технологий РФ, 1997. – С. 159–188.
- [14] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В., Пушной Б.М. Вибросейсмические источники для глобальной томографии Земли // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1997. – Вып. 2. – С. 142–148.

- [15] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В. и др. Взаимодействие акустических и сейсмических волн при вибросейсмическом зондировании // Тр. ВЦ СО РАН. Сер. Мат. модел. в геофизике. – Новосибирск, 1994. – Вып. 3. – С. 3–11.
- [16] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В. и др. Возможности метода вибросейсмической интерферометрии // Тр. ВЦ СО РАН. Сер. Мат. модел. в геофизике. – Новосибирск, 1996. – Вып. 4. – С. 42–59.
- [17] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В. Мощные вибраторы в задачах активной сейсмологии // Распределенная обработка информации: Тр. VI Междунар. семинара. – Новосибирск: ИФП СО РАН, 1998. – С. 28–31.
- [18] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В., Пушной Б.М. Метод вибросейсмической интерферометрии для исследования геодинамических процессов // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1997. – Вып. 2. – С. 205–210.
- [19] Алексеев А.С., Глинский Б.М., Селезнев В.С. и др. Вибросейсмические исследования Алтае-Саянского региона // Геофизические методы изучения земной коры. – Новосибирск: НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1998. – С. 33–40.
- [20] Алексеев А.С., Добринский В.И., Непрочнов Ю.П. О практическом применении теории обратных задач // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 228, № 5. – С. 1053–1056.
- [21] Алексеев А.С., Еманов А.Ф., Глинский Б.М. и др. Изучение структуры Алтае-Саянского региона с применением мощных вибросейсмических источников // Тр. ВЦ СО РАН. Сер. Мат. модел. в геофизике. – Новосибирск, 1996. – Вып. 4. – С. 3–17.
- [22] Алексеев А.С., Ерохин Г.Н. Комплексирование в обратных задачах геофизики // Докл. АН СССР. – 1989. – Т. 308, № 6. – С. 1327–1331.
- [23] Алексеев А.С., Зейгарник В.А. Комплексный мониторинг сейсмоопасных зон // Проблемно-ориентированные вычислительные комплексы. – Новосибирск, 1992. – С. 3–12.
- [24] Алексеев А.С., Ковалевский В.В., Пушной Б.М. и др. Вибрационный источник сейсмических волн: А.с. № 1829656 СССР 13.10.1992.
- [25] Алексеев А.С., Ковалевский В.В., Пушной Б.М. и др. Вибрационный источник сейсмических волн: А.с. № 1831127 СССР 13.10.1992.
- [26] Алексеев А.С., Лаврентьев М.М., Мухометов Р.Г. и др. Численный метод определения структуры верхней мантии Земли // Математические проблемы геофизики. – 1971. – Вып. 2. – С. 143–165.
- [27] Алексеев А.С., Меграбов А.Г. Прямые и обратные задачи рассеяния плоских волн в неоднородных слоях // Математические проблемы геофизики. – Новосибирск, 1972. – Вып. 3. – С. 8–36.
- [28] Алексеев А.С., Михайленко Б.Г. “Нелучевые” эффекты в теории распространения сейсмических волн // Докл. АН СССР. – 1982. – Т. 267, № 5. – С. 1079–1083.
- [29] Алексеев А.С., Михайленко Б.Г. О задаче Лэмба для неоднородного полупространства // Докл. АН СССР. – 1974. – Т. 214, № 11. – С. 84–86.
- [30] Алексеев А.С., Михайленко Б.Г. Решение задач Лэмба для вертикально-неоднородного полупространства // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1976. – № 12. – С. 11–25.

- [31] Алексеев А.С., Михайленко Б.Г. Численное моделирование распространения сейсмических волн в радиально-неоднородной модели Земли // Докл. АН СССР. – 1977. – Т. 235, № 1. – С. 46–49.
- [32] Алексеев А.С., Рябой В.З. Модель строения верхней мантии по объемным сейсмическим волнам // Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований. – Киев: Наук. думка, 1977. – С. 67–83.
- [33] Алексеев А.С., Рябой В.З. Новая модель строения верхней мантии Земли // Природа. – 1976. – № 7.
- [34] Алексеев А.С., Ряшенцев Н.П., Чичинин И.С. Как заглянуть в глубь планеты? // Наука в СССР. – 1982. – № 3. – С. 30–37.
- [35] Алексеев А.С., Цибульчик Г.М. О соотношениях между обратными задачами распространения волн и методом визуализации источников волн // Докл. АН СССР. – 1978. – Т. 242, № 5. – С. 1030–1033.
- [36] Алексеев А.С., Цибульчик Г.М. Обратные динамические задачи дифракции волн в проблеме сейсмического мониторинга // Вибропросвечивание Земли. – М.: Наука, 1996. – Т. 3. – С. 22–25.
- [37] Алексеева М.В., Мерзлякова Н.А. Инструкция по эксплуатации программ дифракционно-лучевого моделирования Raymod / ОАО “Запсибнефтегеофизика”. – Новосибирск: ВЦ СО РАН, 1997.
- [38] Амосов С.М., Войтов Г.И., Кузнецов В.В., Николаев А.В. Некоторые физико-химические процессы в пластовом коллекторе в поле сейсмической энергии // Сейсмическое вибровоздействие на нефтяную залежь. – М.: ИФЗ РАН, 1993.
- [39] Аниконов Ю.Е., Ерохин Г.Н. Комплексная интерпретация наблюдений в обратных задачах восстановления источника // Методы исследования неклассических задач математической физики. – Новосибирск, 1985. – С. 19–23.
- [40] АНЧАР – новый метод обнаружения нефтегазовых залежей // Геофизический вестник. – 1996. – № 5. – С. 15–17.
- [41] Арутюнов С.Л., Кузнецов О.Л., Карнаухов С.М. и др. Опыт низкочастотной разведки в газоносных районах Оренбургской области // Геология нефти и газа. – 1994. – № 11. – С. 33–34.
- [42] Бабаев Д.Х., Гамбаров Ю.Г., Шихалиев Ю.А., Чичинин И.С. Теоретическая модель источника сейсмических волн для морской сейсморазведки и некоторые результаты экспериментальных исследований // Геология и геофизика. – 1980. – № 3. – С. 100–117.
- [43] Бабешко В.А., Бабешко О.М., Собисевич А.Л. Исследование поведения вязкой жидкости при вибровоздействии // Докл. РАН. – 1993. – Т. 336, № 6. – С. 760–762.
- [44] Бабешко В.А., Селезнев М.Г. и др. Об одном методе исследования установившихся колебаний упругого полупространства, содержащего сферическую или горизонтальную цилиндрическую полость // Изв. АН СССР. Сер. ПММ. – 1983. – Т. 47, вып. 1. – С. 115–121.
- [45] Бабешко В.А., Селезнев М.Г., Шагинян А.С. Способ определения параметров смещения упругой среды при гармоническом воздействии // Прикладная геофизика. – 1983. – Вып. 106. – С. 32–39.

- [46] Бабешко В.А., Ткачев Г.В. Вибрация круглой трещины при трехкомпонентной нагрузке // Прикл. мат. и мех. – 1980. – Т. 44, вып. 5. – С. 857–866.
- [47] Бабешко В.А., Шошина С.Ю., Собисевич А.Л. Исследование условий возникновения резонансов на неоднородностях в неограниченной среде // Докл. РАН. – 1993. – Т. 335, № 6. – С. 716–718.
- [48] Бабич В.М., Алексеев А.С. Лучевой метод вычисления интенсивности волновых фронтов // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз. – 1958. – № 1. – С. 9–15.
- [49] Бабич В.М., Булдырев В.С., Молотков И.А. Пространственно-временной лучевой метод. – Л.: Изд. ЛГУ, 1985. – 271 с.
- [50] Баишев Б.Т., Евченко В.С., Сургучев М.Л., Усенко В.Ф. Состояние и развитие гидродинамических методов увеличения нефтеотдачи в стране / Современные методы увеличения нефтеотдачи пластов. – М.: Наука, 1992.
- [51] Басниев К.С., Власов А.М., Кочина И.Н. и др. Подземная гидравлика. – М.: Недра, 1986.
- [52] Беляшева Н.Н., Шацков В.И., Михайлова Н.Н. и др. Использование калибровочных взрывов на Семипалатинском испытательном полигоне для уточнения скоростного разреза земной коры и верхней мантии // Геофизика и проблемы нераспространения: Вестн. НЯЦ Казахстана. – 2000. – Вып. 2. – С. 45–51.
- [53] Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М., 1957. – 502 с.
- [54] Бунгум Х., Хьортенберг Э., Рисбо Т. Использование сейсмических колебаний, генерируемых плотинной гидроэлектростанции, для изучения вариаций сейсмических скоростей // Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. – М.: Наука, 1981. – С. 248–259.
- [55] Быков В.Г. Нелинейная математическая модель вибрационного иницирования неустойчивой подвижки по неровному контакту блоков горных пород // ФТПРПИ. – 2001. – № 2.
- [56] Вахитов Г.Г., Кузнецов О.Л., Симкин Э.М. Термодинамика призабойной зоны нефтяного пласта. – М.: Недра, 1978.
- [57] Войцеховский Б.В., Ковалевский В.В., Бутеев А.И., Дубов А.И. Вибрационный источник сейсмических сигналов: А.с. № 911403 СССР от 9.11.1981.
- [58] Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко В.А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. – М.: Наука, 1974.
- [59] Гальперин Е.И., Винник Л.П., Петерсен Н.В. О модуляции высокочастотного сейсмического шума приливными деформациями литосферы // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1987. – № 12. – С. 102–109.
- [60] Гамбурцев А.Г. Сейсмический мониторинг литосферы. – М.: Наука, 1992.
- [61] Гамбурцев Г.А. Избранные труды. – М.: Наука, 1960. – 461 с.
- [62] Геза Н.И., Юшин В.И. О некоторых особенностях корреляционного накопления слабых вибросейсмических сигналов // Вопросы вибрационного сейсмического зондирования. – Новосибирск, 1981. – С. 99–111.
- [63] Гельфанд И.М., Левитан Б.М. О восстановлении дифференциального уравнения с использованием его спектральной функции // Изв. АН СССР. Сер. Математика. – 1951. – Т. 15. – С. 309–360.

- [64] Глинский Б.М., Ивакин А.Н., Ковалевский В.В. и др. Изучение сейсмамагнитных эффектов, возникающих при вибровоздействии на среду // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1997. – Вып. 2. – С. 226–234.
- [65] Глинский Б.М., Ковалевский В.В., Хайретдинов М.С. Взаимосвязь волновых полей мощных вибраторов с атмосферными и геодинамическими процессами // Геология и геофизика. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 431–441.
- [66] Глинский Б.М., Ковалевский В.В., Хайретдинов М.С. Вибросейсмический мониторинг сейсмоопасных зон // Вулканология и сейсмология. – 1999. – № 6. – С. 56–66.
- [67] Глинский Б.М., Родионов Ю.И., Седухина Г.Ф., Хайретдинов М.С., Шорохов М.Н. Результаты экспериментальных работ по повышению помехоустойчивости вибрационных сейсмограмм // Мат. междунар. конф. “Методы изучения, строение и мониторинг литосферы”. – Новосибирск: Изд. НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1998. – С. 50–55.
- [68] Глубинные сейсмические исследования в Западной Сибири. – М.: Наука, 1970. – 128 с.
- [69] Голиздра Г.Я. О совместной интерпретации сейсмического и гравитационного полей // Докл. АН Украины. Сер. ВТ. – 1975. – Т. 12. – С. 114–117.
- [70] Гольцман Ф.М., Калинина Т.Ю. Статистическая интерпретация магнитных и гравитационных аномалий. – Л.: Недра, 1983. – 252 с.
- [71] Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи, сигналы, системы. – М.: Сов. радио, 1964. – 695 с.
- [72] Графов Б.М., Арутюнов С.Л., Казаринов В.Е. и др. Анализ геоакустического излучения нефтегазовой залежи при использовании технологии АНЧАР // Геофизика. – 1998. – № 5. – С. 24–28.
- [73] Гурвич И.И. Сейсмическая разведка. – М.: Недра, 1970.
- [74] Данилов И.А., Бах А.А., Кузьменко А.П. Сравнение характеристик излучения 100-тонного центробежного виброисточника и круглого штампа на однородном упругом полупространстве // Автоматизация сейсмических и электромагнитных исследований земной коры Восточной Сибири. – Новосибирск, 1987. – С. 21–30.
- [75] Данилов И.А., Кузьменко А.П. Определение характеристик вибратора, возбуждающая сила которого превышает его вес // Исследование Земли вибрационными источниками. – Новосибирск, 1990. – Вып. 1. – С. 77–83.
- [76] Дзевонский А., Андерсон Д. Сейсмическая томография // В мире науки. – 1984. – № 12. – С. 16–25.
- [77] Довжок Е.М., Балакирев Ю.А., Мирзоян Л.Э. Регулирование разработки и увеличение нефтеотдачи пластов. – Киев: Техника, 1984.
- [78] Егоров Г.В., Зуев А.А., Чичинин И.С. Морской вибрационный источник сейсмических волн для региональных работ // Излучение и регистрация вибросейсмических сигналов. – Новосибирск: Изд. ИГиГ СО АН СССР, 1986. – С. 3–12.
- [79] Егоров Г.В., Комлягин А.Г., Михаэлис Ю.В. и др. Вибровозбудитель: А.с. 848076. Открытия. Изобр. – 1981. – № 27.
- [80] Еманов А.Ф. О применении вибраторов для определения сейсмостойкости зданий и в микросейсмораионировании // Геология и геофизика. – 1995. – № 7. – С. 87–92.

- [81] Еманов А.Ф., Сальников А.С., Селезнев В.С. и др. Результаты опытно-промышленных глубинных сейсмических исследований с использованием мощных вибраторов на участке профиля 2-ДВ г. Магадан-п. Усть-Среднекан // Геодинамика, магматизм и минерагения континентальных окраин Севера Пацифики: Мат. Всерос. совещ., посвящ. 90-летию акад. Н.А. Шило (XII годичное собрание Северо-Восточного отделения ВМО). – Магадан: СВКНИИ ДВО РАН, 2003. – Т. 1. – С. 76–78.
- [82] Еманов А.Ф., Селезнев В.С., Кузьменко А.П. и др. Детальные инженерно-сейсмологические исследования зданий и сооружений // Методы изучения, строение и мониторинг литосферы: Мат. Междунар. конф. – Новосибирск, 1998. – С. 61–72.
- [83] Еманов А.Ф., Селезнев В.С., Соловьев В.М. и др. Исследование динамических особенностей сезонных изменений волновых полей при вибросейсмическом мониторинге среды // Геология и геофизика. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 474–486.
- [84] Журков С.Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел // Вестн. АН СССР. – 1968. – № 3. – С. 46–52.
- [85] Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. К вопросу о прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1977. – № 8. – С. 11–18.
- [86] Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. – М.: Наука, 1966.
- [87] Заславский Ю.М. К оценке мощности инфразвука, побочно излучаемого в атмосферу при вибрационном просвечивании Земли // Известия АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1982. – № 9. – С. 86–89.
- [88] Ивашин В.В., Милорадов И.А., Симкин С.А., Чичинин И.С. Резонансные схемы согласования вибратора с грунтом // Проблемы вибрационного просвечивания Земли. – М.: Наука, 1977. – С. 115–128.
- [89] Игнатъев А.В., Комлягин А.Г., Кулаков В.Ф. и др. Устройство для вибрационного возбуждения сейсмических волн: А.с. 1291915. Открытия. Изобрет. – 1987. – № 7.
- [90] Игнатъев А.В., Кулаков В.Ф., Сипайлов Г.А. Электромашинные вибраторы для сейсмической разведки // Вопросы возбуждения сейсмических волн вибрационным источником. – Новосибирск, 1976. – С. 115–128.
- [91] Исакович М.А. Общая акустика. – М.: Наука, 1973.
- [92] Кейлис-Борок В.И., Молчан Г.М. Вычислительная сейсмология. – М.: Геос, 1968.
- [93] Ковалевский В.В. Вибрационный источник сейсмических сигналов для акваторий: А.С. 915598 (СССР). Госкомизобретений, 21.04.81.
- [94] Ковалевский В.В. Моделирование процесса акустосейсмической индукции // Тр. ВЦ СО РАН. Сер. Мат. модел. в геофизике. – Новосибирск, 1994. – Вып. 3. – С. 12–18.
- [95] Ковалевский В.В. Применение нелинейных упругих элементов в сейсмических вибраторах // Проблемы вибросейсмических методов исследований. – Новосибирск, 1979.
- [96] Ковалевский В.В. Создание мощных сейсмических источников, основанных на использовании колебаний упругого объема в жидкости // Проблемы вибросейсмических методов исследований. – Новосибирск, 1979.

- [97] Ковалевский В.В., Колюх Г.В. Моделирование сверхмощного шахтного гидрорезонансного виброисточника // Тр. Междунар. конф. "Внутреннее ядро 2000". – М., 2001.
- [98] Ковалевский В.В., Пушной Б.М., Салаватов Р.М. Оценки погрешности измерения вибросейсмических сигналов // Тр. ВЦ СО РАН. Сер. Мат. модел. в геофизике. – 1996. – Вып. 4. – С. 80–93.
- [99] Колюх Г.В., Михайленко Б.Г. Комплексирование метода прямых и конечных интегральных преобразований Фурье при решении прямых динамических задач сейсмики // Тр. ИВМиМГ СО РАН. Сер. Мат. модел. в геофизике. – 1998. – Вып. 5. – С. 79–90.
- [100] Колюх Г.В., Михайленко Б.Г. Применение интегрального преобразования Лагерра при решении динамических задач сейсмики // Там же. – С. 31–51.
- [101] Колюх Г.В., Михайленко Б.Г. Численно-аналитический алгоритм для решения прямых динамических задач сейсмики // Тр. 6-й Российской школы-семинара по современным проблемам математического моделирования. – Ростов-на-Дону, 1997. – С. 66–70.
- [102] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – С. 151, 707.
- [103] Косминская И.П. Метод глубинного сейсмического зондирования земной коры и верхней мантии. – М.: Наука, 1968.
- [104] Крейн М.Г. Об одном методе эффективного решения обратной краевой задачи // Докл. АН СССР. – 1954. – Т. 94, № 6.
- [105] Крылов С.В., Мишенькина З.Р., Мишенькин Б.П. и др. Детальные сейсмические исследования литосферы на Р- и S-волнах. – Новосибирск: Наука, 1993. – 199 с.
- [106] Курленя М.В., Сердюков С.В. Исследование процессов становления и релаксации сейсмической люминесценции горных пород в вибросейсмическом поле малой энергии // ФТПРПИ. – 1999. – № 1.
- [107] Курленя М.В., Сердюков С.В. Низкочастотные резонансы сейсмической люминесценции горных пород в вибросейсмическом поле малой энергии // ФТПРПИ. – 1999. – № 1.
- [108] Курленя М.В., Сердюков С.В. Определение области вибросейсмического воздействия на месторождение нефти с дневной поверхности // ФТПРПИ. – 1999. – № 4.
- [109] Курленя М.В., Сердюков С.В. Реакция флюидов нефтепродуктивного пласта на вибросейсмическое воздействие малой интенсивности // ФТПРПИ. – 1999. – № 2.
- [110] Кучумов Р.Я. Применение метода вибровоздействия в нефтедобыче. – Уфа: Башкирское кн. изд., 1988.
- [111] Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Теория операторов и некорректные задачи. – Новосибирск: Изд. ИМ СО РАН, 1999.
- [112] Лепендин Л.Ф. Акустика. – М.: Высш. шк., 1978. – 448 с.
- [113] Логинов К.И., Собисевич А.Л. Анализ результатов экспериментальных наблюдений резонансных геоакустических взаимодействий в пористой флюидонасыщенной геофизической среде // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1996. – Вып. 2. – С. 174–180.

- [114] Ляпин А.А., Собисевич А.Л. Об особенностях формирования пограничного слоя дилатансии в многослойном полупространстве с заглубленной полостью // Докл. РАН. – 1999. – Т. 367, № 1.
- [115] Манштейн А.К., Эпов М.И., Куликов В.А. и др. Управляемые динамические процессы в водонасыщенных терригенных породах // Геодинамика и эволюция Земли: Мат. науч. конф. РФФИ. – Новосибирск, 1996. – С. 252.
- [116] Мартынов В.Н., Михайленко Б.Г. Численное моделирование распространения упругих волн в анизотропных неоднородных средах (случай полупространства и сферы) // Математические методы интерпретации геофизических наблюдений. – Новосибирск, 1979. – С. 85–113.
- [117] Марченко В.А. Операторы Штурма–Лиувилля и их приложения. – Киев: Наук. думка, 1977.
- [118] Медведев С.В. Инженерная сейсмология. – М.: Изд-во лит-ры по стр-ву, архитектуре и строит. материалам, 1962. – 283 с.
- [119] Мельхиор П. Земные приливы. – М.: Мир, 1968.
- [120] Методика и аппаратура для региональных сейсмических исследований в труднодоступной местности и их применение в Сибири. – Новосибирск, 1978.
- [121] Михайленко Б.Г. Вычисление теоретических сейсмограмм для многомерных моделей сред // Условно-корректные задачи математической физики и интерпретация геофизических наблюдений. – Новосибирск, 1978. – С. 75–88.
- [122] Михайленко Б.Г. Комплексование неполного разделения переменных с конечно-разностными методами при решении пространственных задач теории распространения сейсмических волн // Математические методы решения прямых и обратных задач геофизики. – Новосибирск, 1981. – С. 89–91.
- [123] Михайленко Б.Г. Метод решения динамических задач сеймики для двумерно-неоднородных моделей сред // Докл. АН СССР. – 1979. – Т. 246, № 1. – С. 47–51.
- [124] Михайленко Б.Г. Расчет теоретических сейсмограмм для многомерно-неоднородных моделей сред // Условно-корректные задачи математической физики в интерпретации геофизических наблюдений. – Новосибирск, 1978. – С. 75–88.
- [125] Михайленко Б.Г. Сейсмические поля в сложнопостроенных средах. – Новосибирск: Изд. СО РАН, 1988. – 311 с.
- [126] Михайленко Б.Г. Численное решение задачи Лэмба для неоднородного полупространства // Математические проблемы геофизики. – Новосибирск, 1973. – С. 273–297.
- [127] Михаэлис Ю.В., Комлягин А.Г., Кулаков В.Ф. Вибратор: А.с. 620285. Открытия. Изобр. – 1978. – № 31.
- [128] Молотков Л.А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах. – Л.: Наука, 1984. – 270 с.
- [129] Мячкин В.И., Костров Б.В., Соболев Г.А., Шамина О.Г. Лабораторные и теоретические исследования процессов подготовки землетрясений // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1974. – № 10. – С. 107–112.
- [130] Мячкин В.И., Костров Б.В., Соболев Г.А., Шамина О.Г. Основы физики очага и предвестники землетрясений // Физика очага землетрясений. – М.: Наука, 1975. – С. 6–29.

- [131] Недра Байкала по сейсмическим данным. – Новосибирск: Наука, 1981. – 105 с.
- [132] Нерсесов И.Л., Раутиан Т.Г. Кинематика и динамика сейсмических волн на расстояниях до 3500 км от эпицентра // Экспериментальная сейсмика. – М.: Наука, 1964.
- [133] Нерсесов И.Л., Семенов А.Н., Симбирева И.Г. Пространственно-временное распределение времен пробега поперечных и продольных волн в Гармском районе // Экспериментальная сейсмология. – М.: Наука, 1971. – С. 334–345.
- [134] Николаев А.В. Вибрационное просвечивание – метод исследования Земли // Проблемы вибрационного просвечивания Земли. – М.: Наука, 1977. – С. 5–14.
- [135] Николаев А.В. Изучение Земли невзрывными сейсмическими источниками // Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. – М.: Наука, 1981. – С. 5–29.
- [136] Николаев А.В. Проблемы нелинейной сейсмики // Проблемы нелинейной сейсмики. – М.: Наука, 1987. – С. 5–20.
- [137] Николаев А.В., Артюшков Е.В., Чичинин И.С. и др. Вибрационное просвечивание Земли. – М.: ВИНТИ, 1974. Деп. № 2549-74.
- [138] Николаевский В.Н. Обзор: земная кора, дилатансия и землетрясения // Успехи науки и техники. – М.: Мир, 1982. – С. 133–215.
- [139] Новиков П.С. О единственности обращения в теории потенциалов // Докл. АН СССР. – 1938. – № 19. – С. 57–60.
- [140] Павленкова Н.И. О региональной сейсмической границе в самых верхах мантии // Физика Земли. – 1995. – № 12. – С. 58–71.
- [141] Павлов О.В., Дреннов А.Ф., Дреннова Н.Н. и др. Анализ колебаний грунтов при землетрясениях. – Новосибирск: Наука, 1983. – 96 с.
- [142] Пейн Г. Физика колебаний и волн. – М.: Мир, 1979. – 387 с.
- [143] Петрашень Г.И. Основы математической теории распространения упругих волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – 1978. – Вып. 18. – С. 227–235.
- [144] Попандопуло Г.А. Влияние сейсмических приливов на скорости сейсмических волн // Докл. АН СССР. – 1982. – Т. 262, № 3. – С. 580–583.
- [145] Потапов В.А. Инженерно-сейсмологический анализ объемных и поверхностных волн. – Новосибирск: Наука, 1992. – 133 с.
- [146] Потапова Н.П., Кортнева А.В. Исследование воздействия ультразвука на процесс облитерации // Ультразвуковая техника. – 1966. – № 3.
- [147] Проблемы нелинейной сейсмики / Под ред. А.В. Николаева. – М.: Наука, 1987. – 288 с.
- [148] Разин А.В. Об излучении волн Стонели нормальным к границе газ–твердое тело гармоническим силовым источником // Известия АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1991. – № 12. – С. 100–104.
- [149] Разин А.В. Распространение сферического акустического дельта-импульса вдоль границы раздела газ–твердое тело // Физика Земли. – 1993. – № 2. – С. 73–77.
- [150] Разрушение. Математические основы теории разрушения / Ред. Г. Либовиц. – М.: Мир, 1975. – Т. 2.

- [151] Романов В.Г. Обратная задача математической физики. – М.: Наука, 1984. – 263 с.
- [152] Руденко О.В., Собисевич А.Л. О влиянии резонансных структур геофизической среды на режим работы геоакустической антенны (вибратора) // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1996. – Вып. 2. – С. 209–219.
- [153] Руденко О.В., Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л. Электромагнитное поле вращающегося воздушного винта // Докл. РАН. – 1996. – Т. 351, № 2. – С. 260–263.
- [154] Рябой В.З. Структура верхней мантии территории СССР по сейсмическим данным. – М.: Недра, 1979.
- [155] Садовский М.А., Абасов М.Т., Николаев А.В. Перспективы вибрационного воздействия на нефтяную залежь с целью повышения нефтеотдачи // Вестник АН СССР. – 1986. – № 9.
- [156] Садовский М.А., Мирзоев К.М., Негматуллаев С.Х., Саломов Н.Г. Влияние механических колебаний на характер пластических деформаций материалов // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1982. – № 6.
- [157] Сальников А.С., Марков В.М., Шелудько И.Ф. Технология сейсмотомографической переработки материалов региональной сейсморазведки на территории Сибири // Докл. Всерос. семинара “Методы, технические средства, методика обработки и интерпретации геолого-геофизических исследований при создании государственной сети опорных геофизических профилей”. – Новосибирск, 2001. – С. 127–137.
- [158] Сейсмическая томография / Пер. с англ. под ред. Нолета. – М.: Мир, 1990. – 416 с.
- [159] Селезнев В.С., Еманов А.Ф., Соловьев В.М. Методика вибросейсмических исследований земной коры для целей прогноза землетрясений // Динамические задачи механики сплошной среды, теоретические и прикладные вопросы вибрационного просвечивания Земли. – Краснодар, 1990. – С. 212–213.
- [160] Селезнев В.С., Соловьев В.М. Отзыв-комментарий на статью А.Н. Булгатова “Вероятная тектоническая природа докайнозойского осадочного комплекса южной котловины оз. Байкал” // Геология и геофизика. – 1999. – Т. 40, № 10. – С. 1513–1516.
- [161] Сердюков С.В. Влияние вибросейсмического поля на тепловые и фильтрационные процессы в битумном пласте // ФТПРПИ. – 2001. – № 2.
- [162] Сердюков С.В. Методика оценки эффективности вибросейсмического воздействия на нефтепродуктивные пласты с дневной поверхности. – Новосибирск, 1998. – (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИГД; 1).
- [163] Сердюков С.В., Кривоуцкий В.С., Гамзатов С.М. Исследования сейсмических и акустических полей при низкочастотном вибрационном воздействии на нефтяной пласт. – Новосибирск, 1991. – (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИГД; 43).
- [164] Сердюков С.В., Симонов Б.Ф., Чередников Е.Н. Патент РФ № 2078913. Способ разработки нефтегазового месторождения – БИ. – 1997. – № 13.
- [165] Симонов Б.Ф., Сердюков С.В., Чередников Е.Н. Результаты опытно-промышленных работ по повышению нефтеотдачи вибросейсмическим методом // Нефтяное хозяйство. – 1996. – № 3.
- [166] Смехов Е.М. Закономерности развития трещиноватости горных пород и трещиноватые коллекторы. – М.: Гостоптехиздат, 1961.

- [167] Смирнов В.П. Электромагнитные источники сейсмических колебаний ряда “Енисей СЭМ, КЭМ” // Приборы и системы разведочной геофизики. – 2003. – № 1. – С. 21–25.
- [168] Собисевич А.Л. Математические модели активного мониторинга геофизической среды // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1996. – Вып. 2. – С. 116–130.
- [169] Собисевич А.Л. Мониторинг слоистых неоднородных сред. – М.: ОИФЗ РАН, 2001. – 354 с.
- [170] Собисевич А.Л. О некоторых аномальных явлениях, возникающих при активном воздействии на реальную геофизическую среду // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 1996. – Вып. 2. – С. 164–173.
- [171] Собисевич А.Л. О трансформации инфразвуковых полей на границах раздела гетерогенных структур // Геофизика и математика. Современные математические и геологические модели в задачах прикладной геофизики. – М.: ОИФЗ РАН, 2001. – С. 261–270.
- [172] Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л. Моделирование сейсмических полей в геофизической среде с учетом наличия локальных резонансных структур // Геофизика на рубеже веков: Избр. тр. ученых ОИФЗ РАН. – М.: ОИФЗ РАН, 1999. – С. 170–193.
- [173] Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л., Руденко О.В. О “резонансах” в неоднородной Земле // Тр. Всерос. конф. “Внутреннее ядро Земли. Геофизическая информация о процессах в ядре”. – М., 2000.
- [174] Собисевич Л.Е., Шумейко В.И., Селезнев М.Г. и др. Локальные резонансы в слоистых средах. – М.: ОИФЗ РАН, Московский филиал ГНИЦ ПГК при КубГУ Министерства образования РФ, 2000. – 178 с.
- [175] Соболев Г.А. Изучение образования предвестников разрыва сдвигового типа в лабораторных условиях // Поиск предвестников землетрясений. – М., 1978. – С. 86–99.
- [176] Соловьев В.М., Селезнев В.С., Еманов А.Ф. и др. Глубинное строение Юго-Западной части Охотско-Чукотского региона по результатам вибросейсмических исследований с мощными передвижными вибраторами // Проблемы сейсмологии III-го тысячелетия: Мат. междунар. геофиз. конф. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2003. – С. 374–382.
- [177] Соловьев В.М., Селезнев В.С., Еманов А.Ф. и др. Изучение поверхности Моховича Алтае-Саянского региона по данным площадных систем наблюдений преломленных волн от землетрясений // Методы изучения, строение и мониторинг литосферы: Мат. междунар. геофиз. конф. – Новосибирск: Изд. СО РАН, 1998. – С. 275–282.
- [178] Соловьев В.М., Селезнев В.С., Еманов А.Ф. К обоснованию постановки вибросейсмического мониторинга юго-западной части Байкальской рифтовой зоны. – Новосибирск: НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1998. – С. 105–111.
- [179] Соловьев В.М., Селезнев В.С., Жемчугова И.В., Лисейкин А.В. Глубинное строение Алтае-Саянского региона по данным площадных сейсмологических систем наблюдений // Сейсмология в Сибири на рубеже тысячелетий: Мат. междунар. геофиз. конф. – Новосибирск: Изд. СО РАН, 2000. – С. 222–228.

- [180] Солодовников В.В. Статистическая динамика систем автоматического управления. – М.: Физматгиз, 1960. – 266 с.
- [181] Страхов В.Н. Обратные задачи теории потенциальных полей // Изв. АН СССР. Сер. Геофизика. – 1962. – № 9. – С. 307–316, 336–347.
- [182] Суегин П.К. Классические ортогональные многочлены. – М.: Наука, 1974. – 280 с.
- [183] Тихонов А.Н. Об определении электрических характеристики земной коры // Докл. АН СССР. – 1950. – Т. 2. – С. 295–298.
- [184] Фаддеев Л.Д. Обратная задача квантовой теории рассеивания // Успехи мат. наук. – 1959. – Т. 14, № 4. – С. 57–119.
- [185] Фатьянов А.Г., Михайленко Б.Г. Метод расчета нестационарных волновых полей в неупругих слоисто-неоднородных средах // Докл. АН СССР. – 1988. – Т. 301, № 4. – С. 1024–1027.
- [186] Фатьянов А.Г., Михайленко Б.Г. Нестационарные сейсмические волновые поля в неоднородных вязкоупругих моделях сред // Математические проблемы геофизики: модели и численные методы. – Новосибирск, 1984. – С. 82–131.
- [187] Фатьянов А.Г., Михайленко Б.Г. Полуаналитический метод расчета нестационарных волновых полей для слоисто-однородных моделей сред // Математические методы решения прямых и обратных задач геофизики. – Новосибирск, 1981. – С. 92–104.
- [188] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.3. Излучение. Волны. Кванты. – М.: Мир, 1976. – 496 с.
- [189] Френкель Я.И. К теории сейсмических и сейсмологических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. – 1994. – Т. 13, № 4. – С. 127–136.
- [190] Хаврошкин О.Б. Сейсмическая нелинейность в волновых полях, процессах и среде: Дис... док. физ.-мат. наук. – М.: ИФЗ РАН, 1998.
- [191] Хайретдинов М.С., Григорюк А.П., Дворецкая Л.Г. Частотно-временные характеристики вибросейсмических полей // Мат. междунар. конф. “Методы изучения, строение и мониторинг литосферы”. – Новосибирск: Изд. НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1998. – С. 111–116.
- [192] Хархута Н.Я. Машины для уплотнения грунтов. – Л.: Машиностроение, 1973. – С. 160–164.
- [193] Черский Н.В., Царев В.П., Сороко Т.И. и др. Влияние тектоно-сейсмических процессов на образование и накопление углеводородов. – Новосибирск: Наука, 1985.
- [194] Чичинин И.С. Вибрационное излучение сейсмических волн. – М.: Недра, 1984. – 224 с.
- [195] Чичинин И.С. Вопросы теории сейсмического виброндирования // Методика сейсморазведки. – М.: Наука, 1965. – С. 147–163.
- [196] Чичинин И.С. О путях создания виброисточников для сейсмических исследований Земли на больших (2-3 тыс. км) глубинах // Излучение и прием вибросейсмических сигналов. – Новосибирск, 1990. – С. 5–40.
- [197] Чичинин И.С. Передача сейсмической энергии через стержень // Геология и геофизика. – 1997. – № 6. – С. 1117–1127.

- [198] Чичинин И.С. Решение задачи о взаимодействии в жидкой среде близкорасположенных сейсмических источников типа пульсирующего газового шара. – Новосибирск, 1988. – 49 с. – (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИГиГ, 19).
- [199] Чичинин И.С. Решение задачи об излучении упругих волн источником, действующим на стенку обсаженной скважины, пробуренной в анизотропной гиротропной среде // Геология и геофизика. – 1999. – Т. 40, № 6. – С. 956–968.
- [200] Чичинин И.С. Способ сейсмической разведки. А.С. 185505. ИПОТЗ. – 1967. – № 22.
- [201] Чичинин И.С. Частотный метод вибрационной сейсмологии // Теория и практика наземной сейсмической разведки. – М.: Недра, 1998. – С. 307–320.
- [202] Чичинин И.С., Кузьменко А.П. Теоретические модели сферических источников сейсмических волн // Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. – М.: Наука, 1981. – С. 94–112.
- [203] Чичинин И.С., Юшин В.И. Преобразования сигналов в вибрационной сейсмической разведке // Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. – Новосибирск: Изд. ИГиГ СО АН СССР, 1973. – С. 3–20.
- [204] Чичинин И.С., Юшин В.И. Частотный метод вибросейсмических исследований // Проблемы вибрационного просвечивания Земли. – М.: Наука, 1977. – С. 14–31.
- [205] Эпов М.И., Манштейн А.К., Сухорукова Н.В. и др. Изменение электропроводности терригенных пород, вызванное вибросейсмическим воздействием // Тр. Междунар. геофиз. конф. SEG-95. – Санкт-Петербург, 1995. – Т. 2. – докл. 3.04.
- [206] Юшин В.И. О фильтрующей функции в частотном методе вибрационной сейсмической разведки // Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. – Новосибирск: Изд. ИГиГ СО АН СССР, 1973. – С. 21–30.
- [207] Юшин В.И. Об особенностях нелинейного взаимодействия поверхностного сейсмического виброисточника с грунтом // Геология и геофизика. – 1994. – Т. 33, № 5. – С. 161–166.
- [208] Юшин В.И. Техническое устройство и результаты применения сейсмической разведочной комплекса “Вибролокатор” // Развитие сейсмических методов исследований земной коры и верхней мантии в Сибири. – Новосибирск, 1981. – С. 94–106.
- [209] Юшин В.И., Велинский В.В., Геза Н.И., Савиных В.С. Экспериментальная оценка тензочувствительности коры в районе Байкала по данным активного вибросейсмического мониторинга и упругого прилива // Геология и геофизика. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 395–408.
- [210] Юшин В.И., Геза Н.И. О помехоустойчивости корреляционного накопления вибросейсмических сигналов при широкополосном и монохроматическом излучении // Излучение и регистрация вибросейсмических сигналов: Сб. науч. тр. ИГиГ СО АН СССР. – Новосибирск, 1968.
- [211] Юшин В.И., Геза Н.И., Юн Ен Дин. Об экспериментальной оценке возможности корреляционного накопления вибросейсмических сигналов для целей глубинного сейсмического зондирования // Геология и геофизика. – 1980. – № 11.
- [212] Юшин В.И., Старков М.А., Чичинин И.С. Цифровой генератор гармонического сигнала с линейным законом изменения частоты: А.с. 239655. ИПОТЗ. – 1969. – № 11.

-
- [213] Aki K., Fazio T.De., Reasenber P., Nur A. An active experiment with earthquake fault for an estimation of the in situ stress // *Bull. Seism. Sos. Amer.* – 1970. – Vol. 60. – P. 1315–1335.
- [214] Alekseev A.S. A multidisciplinary mathematical model of combined foreshock for earthquake prediction research // *J. Earthq. Predic. Res.* – 1993. – Vol. 2, № 2. – P. 137–151.
- [215] Alekseev A.S. Complementary features of geophysical methods and the computational aspect of joint data inversion // 54th Meeting of European Association of Exploration Geophys. – Paris, 1992. – P. 750–751.
- [216] Alekseev A.S. et al. Study of composition of Altae-Sayans region with the use vibroseismic powerful sources // *Proc. Conf. “Mathematical Modeling in Geophysics”.* – Novosibirsk, 1996. – № 4. – P. 3–17.
- [217] Alekseev A.S., Belonosov V.S. The scattering of plane waves in inhomogeneous half-space // *App. Math. Lett.* – 1995. – Vol. 8, № 2. – P. 13–19.
- [218] Alekseev A.S., Belonosov A.S., Petrenko V.E. A mathematical model of determining the stress field and dilatant zones by geodetic data // *Bull. NCC. Ser. Math. Model. in Geophys.* – 1998. – Iss. 4. – P. 15–22.
- [219] Alekseev A.S., Belonosov A.S., Petrenko V.E. On the multidisciplinary approach to determination of an integral earthquake precursor // *Bull. NCC. Ser. Math. Model. in Geophys.* – 1998. – Iss. 4. – P. 23–45.
- [220] Alekseev A.S., Belonosov A.S., Petrenko V.E. On the multidisciplinary approach to determination of an integral earthquake precursor // *J. Earthq. Predic. Studies.* – 1999. – Vol. 10, № 8. – P. 462–471.
- [221] Alekseev A.S., Dorovskiy V.N., Belonosov V.S., Serdyukov S.V. et al. A model of vibrostimulation of oil deposits: Final report on grant CRDF № RGO-680. – Novosibirsk, 2000. – 168 p.
- [222] Alekseev A.S., Glinsky B.M., Kovalevsky V.V., Mikhailenko B.G. A multidisciplinary mathematical model for earthquake prediction studies and vibroseismic monitoring of seismic prone zones // *Proc. 2nd Intern. Conf. Seismology and Earthquake Engineering.* – Teheran: JJEES, 1995. – Vol. 1. – P. 97–104.
- [223] Alekseev A.S., Glinsky B.M., Kovalevsky V.V., Mikhailenko B.G. Problems of active seismology // *Upper Mantle Heterogeneities from Active and Passive Seismology: Nato ASI Series Vol. / Ed. K. Fuchs. ARW96/044sDIS 5730m-m, 1997.*
- [224] Alekseev A.S., Glinsky B.M., Kovalevsky V.V., Mikhailenko B.G. The problems of active seismology // *Trans. 2nd Int. Conf. “The Structure of Upper Mantle”.* – Moscow, 1997. – P. 1–8.
- [225] Alekseev A.S., Kovalevsky V.V. Powerful vibrator for deep Earth interior investigations // *LX Ann. Int. Meeting Soc. of Exploration Geophys.* – San-Francisco, 1990. – P. 956–957.
- [226] Alekseev A.S., Mikhailenko B.G. Mathematical models of elastic wave processes in seismology and seismic prospecting // *J. Simulation Practice and Theory.* – 1999. – P. 125–151.
- [227] Alekseev A.S., Mikhailenko B.G. The solution of dynamic problems of elastic wave propagation in inhomogeneous media by a combination of partial separation of variables and finite-difference method // *J. Geophysics.* – 1980. – Vol. 48. – P. 161–172.

- [228] Alford R.M., Kelly K.R., Boore D.M. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation // *Geophysics*. – 1974. – Vol. 39. – P. 834–842.
- [229] Alterman Z., Karal F.G. Propagation of elastic waves layered media by finite-difference methods // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1968. – Vol. 58. – P. 367–398.
- [230] Archambeau C.B., Flinn E.A., Lambert D.C. Fine structure of the Upper Mantle // *J. Geophys. Res.* – 1969. – Vol. 74, № 25. – P. 5825–5865.
- [231] Barabanov V.L., Nikolaev A.V., Sobisevich A.L. et al. On effect of vibroactions on water-saturated media // *Seismicity and Related Processes in the Environment*. – Moscow: The Research and Coordinating Center for Seismology and Engineering, 1994. – Vol. 1. – P. 75–77.
- [232] Bayliss A. et al. A fourth order accurate finite-difference scheme for the computation of elastic waves // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1986. – Vol. 76. – P. 1115–1132.
- [233] Biot M.A. Propagation of elastic waves in a cylindrical bore containing a fluid // *J. Appl. Phys.* – 1952. – Vol. 23, № 9. – P. 997–1005.
- [234] Boore D.M. Finite-difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials // *Methods in Computation Physics*. – 1972. – Vol. 11. – P. 1–37.
- [235] Brace W.F., Paulding B.W., Scholz C. Dilatancy in the fracture of crystalline rocks // *J. Geophys. Res.* – 1966. – Vol. 71, № 16. – P. 3939–3952.
- [236] Budiansky B., O’Connell R.J. Elastic moduli of a cracked solid // *Int. J. Solids Structures*. – 1976. – № 12. – P. 81–97.
- [237] Bungum H., Risbo T., Hjortenberg E. Precise continuous monitoring of seismic velocity variations and their possible connection to solid earth tides // *J. Geophys. Res.* – 1977. – Vol. 82. – P. 5365.
- [238] Burridge R., Knopoff L. Model and theoretical seismicity // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1967. – Vol. 57, № 3. – P. 341–372.
- [239] Carcione J.M., Wang J.P. A Chebyshev collocation method for the elastodynamic equation in generalized coordinates // *Comput. Fluid Dynamics J.* – 1993. – Vol. 2. – P. 269–290.
- [240] Cerveny V., Molotkov I.A., Psencik I. Ray method in seismology. – Prague: Varlovar. Univ., 1977. – 281 p.
- [241] Cerveny V., Ravindra R. Theory of seismic head waves. – Toronto: Toronto Univ. Press, 1971. – 250 p.
- [242] Crampin S. Effective anisotropic elastic constants for wave propagation through cracked solids // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* – 1984. – № 76. – P. 135–145.
- [243] Crampin S. Seismic wave propagation through a cracked solid: polarization as a possible dilatancy diagnostic // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* – 1978. – № 53. – P. 467–496.
- [244] Dablain M.A. The application of high-order differencing to the scale wave equation // *Geophys.* – 1986. – Vol. 51. – P. 54–56.
- [245] Eisler J.D. Investigation of a method for determining stress accumulation at depth // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1967. – Vol. 57. – P. 891–911.
- [246] Fazio T.De., Aki K., Alba I. Solid earth tide and observed change in the in situ seismic velocity // *J. Geophys. Res.* – 1973. – Vol. 78. – P. 1319–1322.

- [247] Fuchs K., Muller G. Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* – 1971. – Vol. 23. – P. 417–433.
- [248] Gantmacher F.R. *The Theory of Matrices.* – NY: Chelsea Publ. Co., 1959. – Vol. 2.
- [249] Garbin H., Knopoff L. Elastic moduli of a medium with liquid-filled cracks // *Quart. Appl. Math.* – 1975. – № 33. – P. 301–303.
- [250] Glinskii B.M., Kovalevskii V.V., Khairtdinov M.S. Vibroseismic monitoring of Earthquake-Prone Areas. *Vol. Seis.* – 2000. – Vol. 21. – P. 723–730.
- [251] Glinsky B.M., Khairtdinov M.S., Kovalevsky V.V. Nonlinear wave effects in the powerful seismic vibrators zones // 16-th Intern. Symp. on Nonlinear Acoustics, Faculty of Physics. – Moscow, 2002. – P. 327–330.
- [252] Gupta I.N., Hartenberger R.A. Seismic phases and scaling associated with small high-explosive surface shots // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1981. – Vol. 71, № 6. – P. 1731–1741.
- [253] Haskell N.A. The dispersion of surface waves in multi-layered media // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1953. – Vol. 43. – P. 17–43.
- [254] Heiner I. Wave propagation in three-dimensional spherical sections by the Chebyshev spectral method // *Geophys. J. Int.* – 1999. – Vol. 136. – P. 559–566.
- [255] Herrin E., Taggart Y. Regional variations in Pn velocity and their effect on the location of epicenters // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1962. – Vol. 52, № 5. – P. 1037–1046.
- [256] Hodgson R.N., Ross R.C. // *Oil and Gas. J.* – 1983. – № 5. – P. 115–126.
- [257] Hoenig A. Elastic Moduli of a Nonrandomly Cracked Body // *Int. J. Solids Structures.* – 1979. № 15. – P. 137–154.
- [258] Holdberg O. Computational aspects of the choice of operator and sampling interval for numerical differentiation in large-scale simulation of wave phenomena // *Geophys. Prosp.* – 1987. – Vol. 35. – P. 629–655.
- [259] Hron F. Introduction to the ray theory in a broader sense: application to seismology. Text-book of Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure. – Paris: Université de Paris, 1968. – 180 p.
- [260] Hron F., Mikhailenko B.G. Numerical modeling of nongeometrical effects by the Alekseev–Mikhailenko method // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1981. – Vol. 71, № 4. – P. 1011–1099.
- [261] Jo C.H., Shin C.S., Suh J.H. An optimal 9-point, finite-difference, frequency-space, 2D scalar wave extrapolator // *Geophysics.* – 1996. – Vol. 61. – P. 529–537.
- [262] Karal F.C., Keller J.B. Elastic wave propagation in homogeneous and inhomogeneous media // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1959. – Vol. 31. – P. 694–705.
- [263] Kelly K.R. et. al. Synthetic seismograms: a finite-difference approach // *Geophysics.* – 1976. – Vol. 41. – P. 2–27.
- [264] Khairtdinov M.S. Optimization problem in vibroseismic // *Bull. NCC. Ser. Math. Modell. in Geophys.* – 1999. – Iss. 3. – P. 131–139.
- [265] Khairtdinov M.S. The nonlinear wave effects in vibroseismic // *Bull. NCC. Ser. Math. Modell. in Geophys.* – 2003. – Iss. 8. – P. 59–69.

- [266] Khairtdinov M.S., Rodugin R.V. Influence of sounding nonlinearity effects on characteristics of a vibroseismic waves // 16-th Intern. Symp. on Nonlinear Acoustics, Faculty of Physics. – Moscow, 2002. – P. 284–286.
- [267] Khajdukov V.G., Kostin V.I., Tcheverda V.A. The r -solution and its application in linearized waveform inversion for a layered background // Inverse Problems of Wave Propagation. IMA Volumes in Mathematics and its Application. – 1996. – Vol. 90. – P. 277–294.
- [268] Konyukh G.V., Krivtsov Y.V., Mikhailenko B.G. Numerical-analytical algorithm of seismic wave propagation in inhomogeneous media // Appl. Math. Lett. – 1998. – Vol. 11, № 1. – P. 23–29.
- [269] Konyukh G.V., Mikhailenko B.G. Forward seismic modeling based on combination of finite Fourier transforms with matrix decomposition method // Bull. NCC. Ser. Math. Modell. in Geophys. – 1998. – Iss. 4. – P. 93–102.
- [270] Konyukh G.V., Mikhailenko B.G., Mikhailov A.A. Application of the integral Laguerre transforms for forward seismic modeling // J. Computat. Acoustics. – 2001. – Vol. 9, № 3. – P. 1–19.
- [271] Konyukh G.V., Mikhailenko B.G., Mikhailov A.A. Laguerre spectral method as applied to numerical modeling of viscoelastic seismic problems // Bull. NCC. Ser. Math. Modell. in Geophys. – 2000. – Iss. 6. – P. 31–40.
- [272] Kosloff D., Baysal E. Forward modeling by a Fourier method // Geophysics. – 1982. – Vol. 47. – P. 1402–1412.
- [273] Kosloff D., et. al. Solution of equations of dynamic elasticity by a Chebyshev spectral method // Geophysics. – 1990. – Vol. 55. – P. 734–748.
- [274] Kosloff D., Reshef M., Loewenthal D. Elastic wave calculations by the Fourier method // Bull. Seism. Soc. Amer. – 1984. – Vol. 74. – P. 875–891.
- [275] Kostin V.I., Khajdukov V.G., Tcheverda V.A. On r -solution of nonlinear equations // Advanced Mathematics: Computations and Applications. – Novosibirsk: NCC Publisher, 1995. – P. 286–291.
- [276] Lamb H. On the velocity of sound in a tube as affected by the elasticity of the walls // Mem. Proc. Manchester Lt. and Phil. Soc. – 1898. – Vol. 13, № 9.
- [277] Levander A.R. Fourth order velocity-stress finite-difference scheme // Proc. 57th SEG Annual Meeting. – New Orleans, 1987. – P. 234–245.
- [278] Lines L., Shultz A., Treitel S. Cooperative Inversion of Geophysical Data // Geophysics. – 1988. – Vol. 53, № 1. – P. 120–135.
- [279] Lysmer B., Drake N. A finite-element method for seismology // Methods in computational physics, Seismology: Surface waves and Earth oscillations / Eds. B.A. Bolt. – Academic Press Inc., 1972. – Vol. 11. – P. 181–216.
- [280] Ma Li, Chen Jianmin, Chen Qifu, Liu Guiping. Features of precursor fields before and after the Datong-Yanggao Earthquake swarm // J. Earthq. Predic. Res. – 1995. – Vol. 4. – P. 1–30.
- [281] Marfurt K.J. Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations // Geophysics. – 1984. – Vol. 49. – P. 533–549.
- [282] Marfurt K.J., Shin C.S. The future of iterative modeling in geophysical exploration // Handbook of geophysical exploration: Seismic exploration, supercomputers in seismic exploration / Ed. E. Eisner. – Pergamon Press, 1989. – Vol. 21. – P. 203–228.

-
- [283] Martynov V.N., Mikhailenko B.G. Numerical modeling of propagation of elastic waves in anisotropic inhomogeneous media for the half-space and the sphere // *Geophys. Roy. Astron. Soc.* – 1984. – Vol. 76. – P. 53–63.
- [284] Martynov V.N., Mikhailenko B.G. Two algorithms for calculation of theoretical seismograms for anisotropic media // *Bull. NCC. Ser. Math. Modell. in Geophys.* – 1999. – Iss. 5. – P. 105–115.
- [285] Mei Shirong. Progress in earthquake prediction in China during the 80ies // *J. Earthq. Predic. Res.* – 1992. – Vol. 1, № 1. – P. 43–57.
- [286] Miao Liangtian. Monitoring and prediction of the Datong earthquake // *J. Earthq. Predic. Res.* – 1993. – № 2. – P. 299–310.
- [287] Mikhailenko B.G. Numerical experiments in seismic investigations // *J. Geophys.* – 1985. – Vol. 58. – P. 101–124.
- [288] Mikhailenko B.G. Seismic modeling by the spectral-finite difference method // *Physics of the Earth and Planetary Interiors.* – 2000. – Vol. 119. – P. 133–147.
- [289] Mikhailenko B.G. Spectral Laguerre method for the approximate solution of time dependent problems // *Appl. Math. Lett.* – 1999. – Vol. 12. – P. 105–110.
- [290] Mikhailenko B.G. Synthetic seismograms for complex 3D geometries using an analytical-numerical algorithm // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* – 1984. – Vol. 79, № 3. – P. 963–986.
- [291] Mikhailenko B.G., Korneev V.I. Calculation of synthetic seismograms for complex subsurface geometries by a combination of finite integral Fourier transforms and finite-difference techniques // *J. Geophysics.* – 1984. – Vol. 54. – P. 195–206.
- [292] Mikhailenko B.G., Mikhailov A.A., Reshetova G.V. Numerical viscoelastic modeling by the spectral Laguerre method // *J. Geophys. Prosp.* – 2003. – Vol. 51. – P. 37–48.
- [293] Mikhailenko B.G., Soboleva O.N. Numerical modeling of seismic wave for the radialheterogeneous spherical Earth by spectral Laguerre method // *Bull. NCC. Ser. Math. Modell. in Geophys.* – 1999. – Iss. 5. – P. 115–120.
- [294] Mindlin R., Cheng D. The unit force in elastic half-space // *J. Appl. Phys.* – 1950. – Vol. 21, № 9. – P. 118–133.
- [295] Muller G. The reflectivity method; a tutorial // *J. Geophys.* – 1985. – Vol. 58. – P. 153–174.
- [296] Nedyalkov I.P. A Combined interpretation of potential fields // *Doke. BAN.* – 1957. – Vol. 10, № 6. – P. 67–70.
- [297] *Nonlinear Acoustics at the Beginning of the 21-st Century* / Ed. by O.V. Rudenko, O.A. Sapozhnikov. – Moskow, 2003.
- [298] Nur A. Effects of stress on velocity anisotropy in rocks with cracks // *J. Geophys. Res.* – 1971. – Vol. 78, № 8. – P. 2022–2034.
- [299] Robertsson J., Blanch J., Symes W. Viscoelastic finite-difference modeling // *Geophysics.* – 1999. – Vol. 59, № 9. – P. 1444–1456.
- [300] Stekl I., Pratt R.G. Accurate viscoelastic modeling by frequency-domain finite-difference using rotated operators // *Geophysics.* – 1998. – Vol. 63, № 5. – P. 1779–1794.
- [301] Tal-Ezer H.D., Kosloff D., Koren Z. An accurate scheme for seismic forward modeling // *Geophys. Prosp.* – 1987. – Vol. 35. – P. 479–490.

- [302] Thomson W.T. Transmission of elastic waves through a stratified solid // J. Appl. Phys. – 1950. – Vol. 21. – P. 89–93.
- [303] Toksoz M.N., Chinnery M.A., Anderson D.I. Inhomogeneities in the Earth's mantle // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. – 1967. – № 13. – P. 31–59.
- [304] Wang Chunhua, Liao Sugiong. Experimental study of the preparation and occurrence of strong earthquakes // J. Earthq. Predic. Res. – 1996. – № 5. – 525 p.
- [305] Yushin V.I., Geza N.I., Velinsky V.V. et al. Vibro-seismic monitoring in the Baikal Region // J. Earthq. Predic. Res. – 1994. – P. 119–134.
- [306] Zhang Guomin, Zhang Zhaocheng. The study of multidisciplinary earthquake prediction in China // J. Earthq. Pred. Res. – 1992. – Vol. 1, № 1. – P. 71–85.