

## Глава 8

# Преобразования вибросейсмических сигналов при широкополосном и монохроматическом зондировании

### 8.1. Теоретические основы корреляционного метода

При анализе преобразований вибросейсмических сигналов геологическую среду рассматривают как некоторую линейную динамическую систему, которая исчерпывающе характеризуется импульсной переходной функцией  $h(t)$ . Наиболее распространено зондирование сейсмологической среды широкополосными линейно-частотномодулированными сигналами (свидами). Корреляционная свертка таких сигналов позволяет получить сейсмограмму в импульсной форме, обеспечивает оптимальную помехоустойчивость и позволяет проводить интерпретацию традиционными методами анализа времен пробега, амплитуд, спектров и поляризации целевых волн. Вместе с тем экспериментальные данные свидетельствуют, что при проведении активного сейсмического мониторинга с помощью вибраторов большим информативным потенциалом обладает монохроматическое зондирование с регистрацией интерференционного волнового поля. Достоинство этого метода, во-первых, в том, что в качестве источника мощных колебаний могут быть использованы некоторые промышленные объекты, такие как турбины гидроэлектростанций, мощные компрессорные станции и другие агрегаты, обладающие высоким уровнем паразитных вибраций. Во-вторых, на точности результата значительно меньше сказываются ошибки системы синхронизации зондирования и приема, правда, при условии обеспечения высокой стабильности частоты.

В этой связи при рассмотрении общих принципов корреляционного преобразования интересно сравнить помехоустойчивость оптимального накопления вибросейсмических сигналов при широкополосном и монохроматическом излучении.

Уточним задачу. Пусть среда с импульсной переходной функцией  $h(t)$  просвечивается зондирующим сигналом  $b(t)$ . Сигнал, прошедший через среду, замаскирован аддитивным случайным шумом  $n(t)$  и выделяется исследователем с помощью корреляции. Эффективность выделения характеризуется выходным отношением сигнал/шум (среднеквадратичный критерий помехоустойчивости). Предполагая, что зондирующий сигнал  $b(t)$  представляет собой непрерывное квазигармоническое колебание постоянной амплитуды  $B$  и фиксированной длительности  $T$ , шум  $n(t)$  (в вероятностном смысле) один и тот же, требуется определить, как помехоустойчивость зависит от спектрального состава зондирующего сигнала и характеристики среды  $h(t)$ .

Сейсмологическая среда как канал распространения сейсмических волн от источника колебаний до приемника исчерпывающе характеризуется импульсной переходной функцией  $h(t)$  и может рассматриваться как обычная линейная динамическая система [180]. Пусть эта система возбуждается непрерывным

квазигармоническим сигналом

$$b(t) = Bb_0(t), \quad (8.1)$$

где  $B$  – постоянная амплитуда;  $b_0(t)$  – безразмерное колебание единичной амплитуды, существующее на интервале  $[0, T]$ :

$$b_0(t) = \sin(\omega_1 t + \alpha t^2). \quad (8.2)$$

Функция  $b_0(t)$  выступает как существенная часть сигнала, отображающая его частотно-фазовую и временную структуры. При  $\alpha = 0$  этот сигнал будет представлять собой чисто гармоническое воздействие

$$b_0(t) = \sin \omega_1 t, \quad 0 < t < T. \quad (8.3)$$

При ненулевых значениях  $\alpha$   $b_0(t)$  является свип-сигналом с граничными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_1 + 2\alpha T$  и средней частотой  $\omega_0 = \omega_1 + \alpha T$ . На выходе системы наблюдается сейсмический сигнал  $y(t)$ , состоящий из суммы регулярного вибросейсмического сигнала  $s(t)$  (виброграммы) и аддитивного независимого от  $s(t)$  шума  $n(t)$ :

$$y(t) = s(t) + n(t). \quad (8.4)$$

Сигнал  $y(t)$  далее подвергается корреляционному приему

$$u(\tau) = \int_0^T y(t)b_0(t - \tau)dt, \quad (8.5)$$

причем опорным сигналом для коррелятора служит вышеупомянутая существенная часть сигнала  $b(t)$  – нормированное по амплитуде колебание (8.2). На выходе коррелятора, очевидно, будут также две составляющие:

$$u(\tau) = k(\tau) + z(\tau), \quad (8.6)$$

из которых первая выражается как

$$k(\tau) = \int_0^T s(t)b_0(t - \tau)dt \quad (8.7)$$

и является полезным сигналом, а вторая

$$z(\tau) = \int_0^T n(t)b_0(t - \tau)dt \quad (8.8)$$

– остаточным шумом. Поскольку регулярный вибросейсмический сигнал можно представить в виде свертки

$$s(t) = \int_0^{\infty} h(\theta)b(t - \theta)d\theta = B \int_0^{\infty} h(\theta)b_0(t - \theta)d\theta, \quad (8.9)$$

то регулярная составляющая на выходе коррелятора имеет вид

$$k(\tau) = B \int_0^{\infty} h(\theta)\psi(\tau - \theta)d\theta, \quad (8.10)$$

где

$$\psi(\tau - \theta) = \int_0^T b_0(t - \theta)b_0(t - \tau)dt \quad (8.11)$$

есть интеграл автокорреляции опорного сигнала коррелятора.

Оценим теоретически энергетическую помехоустойчивость выделения регулярного сигнала при двух видах зондирующих сигналов – свипе и монохроматическом, игнорируя при этом отсутствие разрешающей способности по времени пробега волн у последнего. Точные аналитические выражения для интегралов автокорреляции этих сигналов известны [71]. Мы же воспользуемся простыми приближенными формулами интеграла автокорреляции, справедливыми при больших значениях  $T$ . Отметим, что по физическому смыслу интеграл автокорреляции, сжимая во времени зондирующий сигнал, выступает как воображаемое импульсное воздействие на среду и потому может быть назван “импульсом сжатия” зондирующего сигнала.

Для свип-сигнала с полосой частот  $W$  и центральной частотой  $\omega_0$  достаточно хорошим приближением для импульса сжатия является выражение [206]

$$\psi_{\text{св}}(\tau) = \frac{T}{2} \frac{\sin \frac{W}{2}\tau}{\frac{W}{2}\tau} \cos \omega_0\tau. \quad (8.12)$$

Для импульса сжатия монохроматического сигнала (8.94) (при большой его длительности) в области  $t \leq T$  справедливо выражение

$$\psi_m(\tau) = \frac{T}{2} \cos \omega_1\tau. \quad (8.13)$$

Исходную импульсную реакцию сейсмогеологической среды представим обобщенной моделью

$$h(t) = \sum_{i=1}^P h_i \delta(t - \tau_i) \quad (8.14)$$

в виде суперпозиции конечного числа  $P$  отражений с амплитудами  $h_i$  и временами пробега  $\tau_i$ . Частным случаем этой модели может служить одиночная или преобладающая волна

$$h(t) = h\delta(t - \tau_0). \quad (8.15)$$

Рассмотрим сначала частный случай, когда сейсмограмма содержит всего одну волну (“одинокая” волна). Найдем вид и параметры этой одинокой регулярной волны на входе и выходе коррелятора. При свип-сигнале (8.2), подставляя уравнения (8.1), (8.2) и (8.15) в (8.9), получим вибросейсмический сигнал в виде

$$s(t) = Bh \sin [\omega_1(y - \tau_0) + \alpha(t - \tau_0)^2]. \quad (8.16)$$

Его мощность

$$\sigma_s^2 = \frac{B^2 h^2}{2}, \quad (8.17)$$

а полная энергия за время излучения  $T$

$$E = \frac{B^2 h^2 T}{2}. \quad (8.18)$$

Из (8.10), (8.12) и (8.18) находим, что восстановленная в импульсную форму путем корреляционной свертки одинокая волна будет иметь вид импульса на времени  $\tau = \tau_0$ :

$$K(\tau) = \frac{BhT}{2} \frac{\sin \frac{W}{2}(\tau - \tau_0)}{\frac{W}{2}(\tau - \tau_0)} \cos \omega_0(\tau - \tau_0), \quad (8.19)$$

причем пиковая мощность этого импульса с учетом (8.18)

$$K_{\max}^2 = \frac{ET}{2}. \quad (8.20)$$

При монохроматическом сигнале аналогично предыдущему получаем:

$$s(t) = Bh \sin \omega(t - \tau_0), \quad (8.21)$$

$$\sigma_s^2 = \frac{B^2 h^2}{2}, \quad (8.22)$$

$$E = \frac{B^2 h^2 T}{2}, \quad (8.23)$$

$$k(\tau) = \frac{BhT}{2} \cdot \cos \omega_1(\tau - \tau_0), \quad (8.24)$$

$$k_{\max}^2 = \frac{ET}{2}. \quad (8.25)$$

Таким образом, амплитуды и энергии вибросейсмического сигнала, полученного от одиночного отражения, зарегистрированного сейсмоприемником и поступившего на вход коррелятора, при свип- и монохроматическом сигнале одинаковы. Совпадают также пиковые значения выходного (прокоррелированного) сигнала, с той лишь разницей, что при свипе восстановленный сигнал имеет импульсную форму, а при монохроматическом – вид незатухающей косинусоиды.

Существенно иная картина имеет место, если сейсмограмма содержит множество соизмеримых по интенсивности волн с различными временами пробега или же просто рассеянное волновое поле.

Рассмотрим суперпозицию волн (8.14) при зондирующем свип-сигнале. Чтобы получить достаточно общий результат, необходимо придать модели  $h(t)$  статистический характер. Предположим сначала, что параметры  $h_i$  и  $\tau_i$ , входящие в выражение (8.14), являются случайными величинами. Относительно амплитуд  $h_i$  примем следующие предположения: любые две волны  $h_i$  и  $h_k$  независимы, имеют нулевое математическое ожидание и одну и ту же дисперсию  $\sigma_h^2$ . Относительно времен  $\tau_i$  можно принять единственное предположение, что все  $\tau_i$  и  $\tau_K$  независимы и распределены по любому непрерывному закону (например, равномерному) на интервале протяженностью  $T_h \leq T$ . В этих условиях регулярный сигнал  $s(t)$  будет случайным процессом вида

$$s(t) = B \sum_{i=1}^P h_i b_0(t - \tau_i). \quad (8.26)$$

Его дисперсия как математическое ожидание по множеству реализации  $h(t)$  средней за период колебания мощности есть

$$\begin{aligned} \sigma_s^2(t) &= \text{M} \left[ B^2 \sum_{i=1}^P \sum_{K=1}^P h_i h_K \overline{b_0(t - \tau_i) b_0(t - \tau_K)} \right] \\ &= B^2 \sum_{i=1}^P \text{M}[h_i^2] \overline{b_0^2(t - \tau_i)} + B^2 \sum_{i \neq K}^{P-1} \text{M}[h_i h_K] \overline{b_0(t - \tau_i) b_0(t - \tau_K)}, \end{aligned} \quad (8.27)$$

где черта означает усреднение по времени, M – символ операции математического ожидания.

Учитывая, что по условию задачи (некоррелированность отражателей)

$$\text{M}[h_i h_K] = \begin{cases} \sigma_h^2, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases} \quad (8.28)$$

$$\overline{b_0^2(t)} = \frac{1}{2}, \quad (8.29)$$

получим

$$\sigma_s^2(t) = \sigma_s^2 = \frac{B^2 P \sigma_h^2}{2} \quad (8.30)$$

и, следовательно, средняя энергия вибросейсмического (входного для коррелятора) сигнала как при свип-сигнале, так и при монохроматическом одинакова, как и в случае одинокой волны, но равна другому значению:

$$E = \frac{B^2 P \sigma_h^2 T}{2}. \quad (8.31)$$

Найдем теперь восстановленную импульсную сейсмограмму при свип-сигнале. Подставляя (8.26) в (8.10), получим

$$k(\tau) = B \sum_{i=1}^P h_i \psi(\tau - \tau_i), \quad (8.32)$$

где  $\psi(\tau)$  выражается формулой (8.12). Обозначая нормированную часть импульса сжатия (8.12) как

$$\psi_0(\tau) = \frac{\sin \frac{W}{2}\tau}{\frac{W}{2}\tau} \cos \omega_0 \tau, \quad (8.33)$$

можем записать

$$k(\tau) = \frac{BT}{2} \sum_{i=1}^P h_i \psi_0(\tau - \tau_i). \quad (8.34)$$

Анализируя это выражение, видим, что  $k(\tau)$  представляет собой суперпозицию распределенных по времени, т.е. практически не перекрывающихся между собой, импульсов, и поэтому средняя мощность пиковых значений функции  $k(\tau)$  равна среднему по множеству от квадрата любого, но только одного (!) из этих импульсов:

$$k_{\max}^2(\tau) = M[k_{\max}(\tau)] = \frac{B^2 T^2}{4} M[h_i^2] = \frac{B^2 T^2 \sigma_h^2}{4}. \quad (8.35)$$

Очевидно, что если коэффициенты отражения всех волн одинаковы ( $h_i = h$ ), то

$$k_{\max}^2 = \frac{B^2 T^2 h^2}{4}. \quad (8.36)$$

Учитывая далее выражение (8.31) для первичной энергии виброграммы, можем выразить пиковое значение (8.35) восстановленной импульсной сейсмограммы в виде

$$k_{\max}^2 = \frac{ET}{2P}. \quad (8.37)$$

Формула показывает, что суммарная энергия первичного вибросейсмического сигнала, будучи обращена в импульсную форму, распределилась между всеми волнами в соответствии с их энергетическими вкладами в виброграмму.

Определим восстановленную импульсную сейсмограмму при монохроматическом зондирующем сигнале. Аналогично предыдущему случаю регулярный сигнал на выходе коррелятора выражается формулой (8.34), однако нормированный импульс сжатия  $\psi_0(\tau)$ , входящий в это выражение, будет представлять собой незатухающую косинусоиду (8.13). Таким образом,

$$k(\tau) = \frac{BT}{2} \sum_{i=1}^P h_i \cos \omega_1(t - \tau). \quad (8.38)$$

Поскольку все гармонические функции, входящие в суперпозицию (8.38), имеют одну и ту же частоту  $\omega_1$ , то всякая реализация функции  $k(\tau)$  является немодулированной косинусоидой, амплитуда и фаза которой по ансамблю всевозможных реализаций функции  $h(t)$  – случайные величины. Зафиксировав произвольный

момент времени  $t$ , определим мгновенное значение фазы каждого слагаемого в (8.38) как  $\varphi_i = \omega_1(t - \tau_i)$ . Учитывая принятые выше предположения относительно характера распределения величин  $\tau_i$ , можем считать, что  $\varphi_i$  – случайная величина с равномерной на интервале  $[-\pi, \pi]$  плотностью вероятности:

$$w(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & |\varphi| \leq \pi, \\ 0, & |\varphi| > \pi \end{cases}. \quad (8.39)$$

При этом новая случайная величина  $X_i = \cos \varphi_i$  является косинусной функцией от случайной величины  $\varphi_i$  и, следовательно, имеет математическое ожидание

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(\varphi) \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \varphi d\varphi = 0 \quad (8.40)$$

и дисперсию

$$D[X] = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(\varphi) \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2}. \quad (8.41)$$

Каждое слагаемое в формуле (8.38), в свою очередь, представляет собой произведение независимых случайных величин  $h_i$  и  $X_i$  и может рассматриваться как новая случайная величина:

$$Y = hX \quad (8.42)$$

с математическим ожиданием

$$M[Y] = M[h]M[X] = 0 \quad (8.43)$$

и дисперсией

$$D[Y] = \sigma_h^2 D[X] = \frac{\sigma_h^2}{2}. \quad (8.44)$$

Наконец, вся суперпозиция (8.38) может рассматриваться как случайная величина  $V$ , равная сумме конечного числа  $P$  независимых случайных величин  $Y_i$ , имеющих нулевые математические ожидания (8.43) и дисперсии (8.44):

$$V = \sum_{i=1}^P Y_i. \quad (8.45)$$

Как известно из теории вероятностей, математическое ожидание такой суммы с учетом (8.43) равно нулю, а дисперсия – сумме дисперсий или с учетом (8.44)

$$D[V] = M[V^2] = \sum_{i=1}^P D[X_i] = PD[X] = \frac{P\sigma_h^2}{2}. \quad (8.46)$$

Определяя теперь среднюю по ансамблю мощность функции  $k(\tau)$  из формулы (8.34) как

$$\overline{k^2} = M[k^2(\tau)] = \frac{B^2 T^2}{4} M[V^2] \quad (8.47)$$

и принимая во внимание (8.46) и (8.31), получим

$$\overline{k^2} = \frac{B^2 T^2 P \sigma_h^2}{8} = \frac{ET}{4}. \quad (8.48)$$

Поскольку нас интересует не средняя за период, а средняя пиковая мощность, то, учитывая гармоническую форму функции  $k(\tau)$ , можем сразу записать

$$\overline{k_{\max}^2} = 2\overline{k^2} = \frac{ET}{2}. \quad (8.49)$$

Сравнивая (8.44) и (8.37), видим, что пиковая мощность выделенного регулярного сигнала – восстановленной импульсной сейсмограммы – при монохроматическом сигнале в  $P$  раз больше, чем при свип-сигнале. Разумеется, надо помнить, что понятие “импульсная сейсмограмма” в применении к монохроматическому сигналу формально. Оно отражает лишь алгоритм восстановления. Сама же восстановленная сейсмограмма, как уже упоминалось, имеет не импульсную, а синусоидальную форму.

Оценим остаточный шум на выходе коррелятора. Пусть входной сторонний шум коррелятора  $n(t)$  представляет собой эргодический процесс с двусторонней спектральной плотностью  $N$  и автокорреляционной функцией (АКФ):

$$R_n(\tau) = N\delta(\tau). \quad (8.50)$$

Выходной шум коррелятора  $z(\tau)$  как результат линейного преобразования (8.8) будет также обладать стационарностью и эргодичностью. Его АКФ определяем как

$$R_z(\lambda) = M[z(\theta), z(\theta + \lambda)]. \quad (8.51)$$

Подставляя сюда (8.8), запишем

$$R_z(\tau) = M \left[ \int_0^T \int_0^T n(t_1)n(t_2)b_0(t_1 - \theta - \lambda) dt_1 dt_2 \right] \quad (8.52)$$

и после элементарных преобразований, включая смену порядка операций математического ожидания и интегрирования и принимая во внимание (8.50), найдем

$$R_z(\lambda) = N\psi(\lambda), \quad (8.53)$$

где  $\psi(\lambda)$  определено формулами (8.11)–(8.13). Таким образом, АКФ выходного шума коррелятора совпадает по форме с АКФ соответствующего зондирующего сигнала и, следовательно, для свип-сигнала

$$R_z(\lambda) = \frac{NT}{2} \frac{\sin \frac{W\lambda}{2}}{\frac{W\lambda}{2}} \cos \omega_0 \lambda, \quad (8.54)$$

а для монохроматического

$$R_z(\lambda) = \frac{NT}{2} \cos \omega_1 \lambda. \quad (8.55)$$

Причем дисперсия этого шума  $\sigma_z^2 = \frac{NT}{2}$  не зависит от типа зондирующего сигнала, а определяется лишь его длительностью.



Выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) коррелятора определим как

$$\rho^2 = \frac{\overline{k^2}}{R_z(0)} \quad (8.56)$$

и, пользуясь вышеизложенными результатами, найдем, что для одинокой волны разницы в помехоустойчивости при зондировании монохроматическим и свип-сигналом нет. В обоих случаях выходное ОСШ коррелятора

$$\rho^2 = \frac{E}{N}. \quad (8.57)$$

В случае многоволновой исходной сейсмограммы выходное ОСШ коррелятора при монохроматическом зондирующем сигнале сохраняется таким же, как и для единичной волны (8.57), а при свип-сигнале уменьшается в  $P$  раз ( $P$  – число разрешенных на записи волн):

$$\rho^2 = \frac{1}{P} \cdot \frac{E}{N}. \quad (8.58)$$

Таким образом, получаем:

- 1) для сейсмограммы, содержащей только одну волну, разницы в помехоустойчивости при зондировании монохроматическим и свип-сигналом нет. В обоих случаях выходное ОСШ коррелятора равно фундаментальному соотношению  $E/N$ ;
- 2) в случае многоволновой исходной сейсмограммы выходное ОСШ коррелятора при монохроматическом зондирующем сигнале сохраняется таким же, как и для единичной волны. При свип-сигнале выходное ОСШ коррелятора уменьшается в  $P$  раз ( $P$  – число разрешенных на записи волн), поскольку первичная энергия вибросейсмического волнового поля, образованного свип-сигналом, после восстановления в импульсную форму растекается по различным временам прихода волн в соответствии с их энергетическими вкладами в первичное поле.

Таким образом, за разрешающую способность во времени, которой обладает широкополосный зондирующий сигнал в отличие от монохроматического, приходится расплачиваться потерей помехоустойчивости.

## 8.2. Математическая основа и физическая интерпретация частотного метода

Импульсную реакцию линейной системы  $h(t)$  можно определить через обратное преобразование Фурье, если известна ее комплексная частотная характеристика  $H(j\omega)$ :

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (8.59)$$

Поскольку по условию причинности  $h(t) = 0$  при  $t < 0$ , то частотная характеристика  $H(j\omega)$  является комплексной функцией и выражается через действительную ( $R$ ) и мнимую ( $I$ ) составляющие:

$$H(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega), \quad (8.60)$$

где

$$R(\omega) = \int_0^{\infty} h(t) \cos \omega t dt, \quad (8.61)$$

$$I(\omega) = \int_0^{\infty} h(t) \sin \omega t dt. \quad (8.62)$$

По любой из этих составляющих восстанавливается исходная функция

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \cos \omega t dt = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} I(\omega) \sin \omega t dt. \quad (8.63)$$

На использовании соотношения (8.63) основан частотный метод [200, 201, 203, 204, 195].

Частотным методом вибрационного сейсмондирования называется совокупность тесно взаимосвязанных операций и алгоритмов, обеспечивающих синтез зондирующего воздействия, преобразование вибросейсмических колебаний в частотную область с одновременным накоплением их энергии в этой области, оптимизацию оператора сжатия в ней, восстановление импульсной сейсмограммы путем обратного преобразования из частотной области во временную.

Рассмотрим основные операции частотного метода [203, 204].

### 8.2.1. Зондирующий сигнал и его преобразование геофизической средой

Пусть зондирующий сигнал представляет собой свип-сигнал с прямоугольной огибающей в диапазоне частот  $[\omega_1, \omega_2]$  длительностью  $T = t_2 - t_1$ :

$$b(t) = B \sin \alpha t^2, \quad t_1 < t \leq t_2, \quad (8.64)$$

где  $\alpha$  – скорость изменения частоты;  $t_1$  и  $t_2$  – условные времена соответственно начала и конца зондирования, определяемые граничными частотами как

$$t_1 = \frac{\omega_1}{2\alpha}, \quad t_2 = \frac{\omega_2}{2\alpha}. \quad (8.65)$$

Мгновенная частота  $\omega$  есть линейная функция времени  $t$ :

$$\omega = 2\alpha t. \quad (8.66)$$

Обозначим диапазон частот свип-сигнала

$$W = \omega_2 - \omega_1 \quad (8.67)$$

и среднюю частоту диапазона

$$\omega_0 = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}. \quad (8.68)$$

Регулярный сигнал в точке приема с учетом (8.64) выразится интегралом свертки вида

$$s(t) = B \int_0^{\infty} h(\theta) \sin \alpha(t - \theta)^2 d\theta = B \int_0^{\infty} h(\theta) \sin(\alpha t^2 - 2\alpha\theta t + \alpha\theta^2) d\theta. \quad (8.69)$$

Преобразование вибросейсмических колебаний в частотную сейсмограмму осуществляется путем синхронного детектирования вибросейсмического сигнала. Для этого виброграмма  $s(t)$  умножается на опорный сигнал  $c(t)$ , в качестве которого используется нормированная по амплитуде копия зондирующего сигнала:

$$c(t) = \sin \alpha t^2, \quad t_1 < t < t_2. \quad (8.70)$$

В результате умножения (8.69) на (8.70) образуются два слагаемых

$$s(t)c(t) = \frac{B}{2} \int_0^{\infty} h(\theta) \cos(2\alpha\theta t - \alpha\theta^2) d\theta - \frac{B}{2} \int_0^{\infty} h(\theta) \cos(2\alpha t^2 - 2\alpha\theta t + \alpha\theta^2) d\theta, \quad (8.71)$$

спектральный состав которых существенно различен: первое занимает область инфранизких частот вблизи нулевой частоты, тогда как спектр второго локализован в окрестности удвоенной частоты зондирующего сигнала. Низкочастотная фильтрация этого произведения подавляет второе слагаемое и тем самым довершает операцию синхронного детектирования. Выделенная низкочастотная функция

$$A_R(t) = \frac{B}{2} \int_0^{\infty} h(\theta) \cos(2\alpha\theta t - \alpha\theta^2) d\theta \quad (8.72)$$

называется реальной, или синфазной, составляющей частотной сейсмограммы. Можно получить также мнимую, или квадратурную, составляющую, если подвергнуть сигнал  $s(t)$  синхронному детектированию с трансформантой Гильберта от зондирующего сигнала  $H[\sin \alpha t^2] = \cos \alpha t^2$ :

$$A_I(t) = \overline{s(t)H[\sin \alpha t^2]} = \frac{B}{2} \int_0^{\infty} h(\theta) \sin(2\alpha\theta t - \alpha\theta^2) d\theta. \quad (8.73)$$

Полная, или комплексная, частотная сейсмограмма выражается суммой этих двух составляющих:

$$A(t) = A_R(t) + jA_I(t). \quad (8.74)$$

По физическому смыслу частотная сейсмограмма является комплексной частотной характеристикой геологической среды (8.60), но отличается от нее фазовой структурой. При  $\alpha \rightarrow 0$  эти функции становятся тождественными.

### 8.2.2. Свойства частотной сейсмограммы

1. Частотная сейсмограмма, будучи функцией текущего времени  $t$ , рассматривается так же, как функция мгновенной частоты  $\omega$  зондирующего сигнала. Делая подстановку (8.66) в (8.72) и (8.73) с учетом (8.74) и меняя обозначение переменной интегрирования  $\theta$  на  $t$ , получим

$$A\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right) = \frac{B}{2} \int_0^{\infty} h(t) e^{-j(\omega t - \alpha t^2)} dt. \quad (8.75)$$

2. Кроме того, частотная сейсмограмма является преобразованием Фурье от комплексной функции

$$\eta(t) = h(t) e^{j\alpha t^2}. \quad (8.76)$$

Действительно, перегруппировав множители в (8.75), получим

$$A\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right) = \frac{B}{2} \int_0^{\infty} (h(t) e^{j\alpha t^2}) e^{-j\omega t} dt. \quad (8.77)$$

3. Частотная сейсмограмма как функция мгновенной частоты  $\omega$  определена только для положительных частот  $\omega$ , и четное продолжение ее реальной части  $A_R\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)$ , а также нечетное продолжение мнимой части  $A_I\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)$  на область отрицательных частот неправомерно. Доказательство является очевидным следствием из (8.76).

4. Если рассматривать частотную сейсмограмму  $A_R\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)$  как функцию реального времени (т. е. времени  $t$ , в котором существует зондирующий сигнал), то можно утверждать, что *всякое импульсное слагаемое, входящее в состав исходной импульсной сейсмограммы  $h(t)$ , вызывает появление пропорционального ему по амплитуде гармонического слагаемого в частотной сейсмограмме, и наоборот*. Действительно, для дискретно-импульсной модели среды

$$h(t) = \sum_i h_i \delta(t - \tau_i)$$

получим

$$A_R(t) = \frac{B}{2} \sum h_i \cos(2\alpha\tau_i t - \alpha\tau_i^2). \quad (8.78)$$

Обозначим частоту  $i$ -й косинусоиды

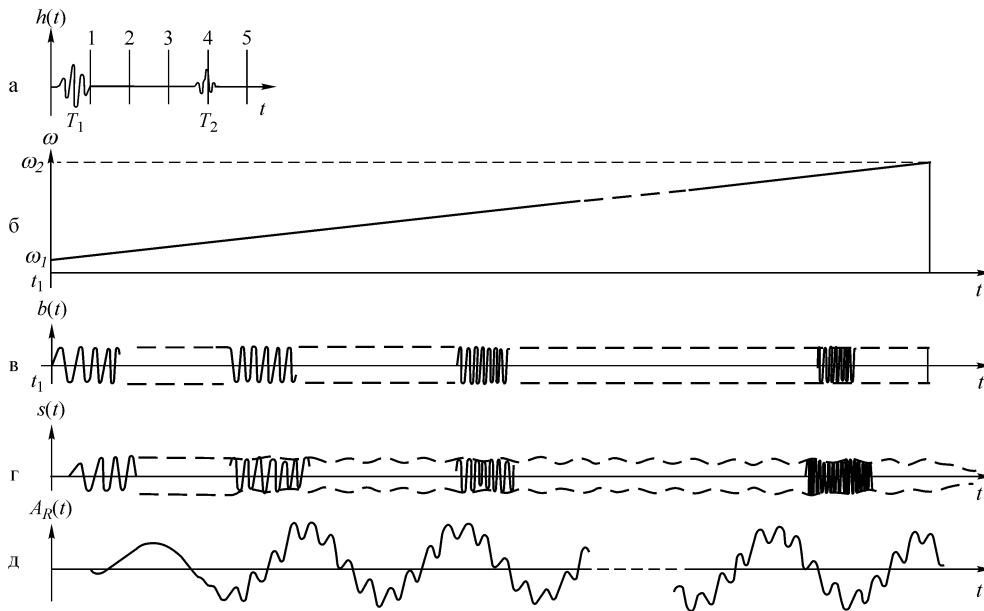
$$\Omega_i = 2\alpha\tau_i, \tag{8.79}$$

тогда

$$A_R(t) = \frac{B}{2} \sum h_i \cos(\Omega_i t - \alpha\tau_i^2). \tag{8.80}$$

Отсюда следует, что каждая отдельная волна, представленная в импульсной сейсмограмме дельта-функцией с коэффициентом  $h_i$  на времени  $\tau_i$ , в частотной сейсмограмме превратилась в непрерывное гармоническое колебание амплитуды  $h_i$  с частотой  $\Omega_i$ , пропорциональной времени пробега волны  $\tau_i$ . Так, например, при свип-сигнале с крутизной 0.1 Гц/с волна с временем пробега  $\tau_i = 5$  с превратится в непрерывное колебание с частотой 0.5 Гц. Это свойство можно назвать частотно-временной дуальностью частотной и импульсной сейсмограмм.

В качестве наглядной иллюстрации этого свойства на рис. 8.1 изображены отдельные стадии формирования частотной сейсмограммы. На рис. 8.1, а показана исходная импульсная реакция  $h(t)$ , состоящая из двух волн на временах 0.5 и 4 с. На рис. 8.1, б приведен график линейного изменения мгновенной частоты зондирующего свип-сигнала во времени. На рис. 8.1, в изображен зондирующий свип-сигнал с прямоугольной огибающей, его протяженность значительно превышает времена пробега. На рис. 8.1, г показан суммарный сейсмический (отраженный)



**Рис. 8.1.** Преобразования сигналов в частотном вибросейсмическом методе: а – модель исходной импульсной сейсмограммы, состоящей из двух волновых импульсов с разными временами пробега; б – закон изменения частоты зондирующего сигнала; в – зондирующий сигнал; г – вибросейсмический сигнал (виброграмма) в отсутствие шумов; д – результат синхронного детектирования виброграммы – частотная сейсмограмма

сигнал  $s(t)$ . Заметим, что первая фаза  $s(t)$  вступает через 0.5 с после начала свип-сигнала, а с 4-й секунды вступает вторая волна. Наконец, на рис. 8.1, д показана частотная сейсмограмма  $A_R(t)$ , представляющая собой сумму двух косинусоид с амплитудами  $h_1$  и  $h_2$  и частотами 0.5 и 4 рад/с соответственно.

5. Независимо от длительности  $T$  зондирующего сигнала объем информации, содержащейся в частотной сейсмограмме, постоянен и равен объему информации импульсной сейсмограммы. Определим объем сигнала как произведение его длительности на одностороннюю полосу частот. Если  $\tau_{\max}$  – длительность импульсной сейсмограммы, а  $F$  – полоса частот свипа, то ее объем

$$Q_h = \tau_{\max} F. \quad (8.81)$$

Для этого же случая максимальная частота в сейсмограмме согласно (8.79) определяется как

$$\frac{\Omega_{\max}}{2\pi} = \frac{\alpha \tau_{\max}}{\pi}, \quad (8.82)$$

где  $\alpha$  выражается через полосу  $F$  и длительность  $T$  свип-сигнала

$$\alpha = \frac{\pi F}{T}, \quad (8.83)$$

откуда объем частотной сейсмограммы

$$QA = \frac{\alpha \tau_{\max}}{\pi} = \tau_{\max} F, \quad (8.84)$$

и, стало быть, он равен объему импульсной сейсмограммы (8.81). Для сравнения определим объем первичного вибросейсмического сигнала  $QA = TF$  и его отношение к объему частотной сейсмограммы:

$$\frac{Q_S}{Q_A} = \frac{TF}{\tau_{\max} F} = \frac{T}{\tau_{\max}}. \quad (8.85)$$

При  $T = 500$  с и  $\tau_{\max} = 5$  с  $Q_S/Q_A = 100$  с, т. е. частотная сейсмограмма сокращает объем первичного сигнала примерно на два порядка. Это обстоятельство – одно из важнейших преимуществ частотного метода. Оно дает возможность экономно распоряжаться накопительной емкостью полевого регистратора, что при больших масштабах сейсморазведочных работ чрезвычайно важно.

### 8.2.3. Восстановление импульсной сейсмограммы в частотном методе

Основой восстановления импульсной реакции из частотной сейсмограммы являются предложенные И. С. Чичининым линейные преобразования

$$k(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} A_R(t) \cos(2\alpha\tau t - \alpha\tau^2) dt, \quad (8.86)$$

$$k(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} A_I(t) \sin(2\alpha\tau t - \alpha\tau^2) dt. \quad (8.87)$$

В них можно увидеть аналогию с косинус- и синус-преобразованиями Фурье, но они имеют и существенные отличия – переменный, зависящий от квадрата параметра преобразования  $\tau$  фазовый сдвиг в аргументе гармонических функций. Найдем импульсы сжатия (аналог автокорреляционной функции зондирующего сигнала), соответствующие алгоритмам (8.86) и (8.87). Подставляя в (8.86)  $A_R(t) = \frac{B}{2} \cos(2\alpha\tau_i t - \alpha\tau_i^2)$  – частотную сейсмограмму одиночной волны единичной амплитуды  $h_i = 1$ , находим общее выражение для импульса сжатия реальной частотной сейсмограммы:

$$\Phi_R(\tau, \theta) = \frac{B}{\pi} \int_{t_1}^{t_2} \cos(2\alpha\tau t - \alpha\tau^2) \cos(2\alpha\theta t - \alpha\theta^2) dt. \quad (8.88)$$

Интегрируя это выражение, получим [206]

$$\begin{aligned} \Phi_R(\tau, \theta) &= \frac{BT}{2} \frac{\sin \frac{W(\tau-\theta)}{2}}{\frac{W(\tau-\theta)}{2}} \cos(\omega_0(\tau - \theta) - \alpha(\tau^2 - \theta^2)) + \\ &\quad \frac{BT}{2} \frac{\sin \frac{W(\tau+\theta)}{2}}{\frac{W(\tau+\theta)}{2}} \cos(\omega_0(\tau + \theta) - \alpha(\tau^2 + \theta^2)). \end{aligned} \quad (8.89)$$

Рассмотрим импульс сжатия, получаемый при восстановлении импульсной реакции по мнимой составляющей частотной сейсмограммы (8.87). Проводя аналогичные преобразования, получим

$$\begin{aligned} \Phi_I(\tau, \theta) &= \frac{B}{\pi} \int_{t_1}^{t_2} \sin(2\alpha\tau t - \alpha\tau^2) \sin(2\alpha\theta t - \alpha\theta^2) dt \\ &= \frac{BT}{2} \frac{\sin \frac{W(\tau-\theta)}{2}}{\frac{W(\tau-\theta)}{2}} \cos(\omega_0(\tau - \theta) - \alpha(\tau^2 - \theta^2)) - \\ &\quad \frac{BT}{2} \frac{\sin \frac{W(\tau+\theta)}{2}}{\frac{W(\tau+\theta)}{2}} \cos(\omega_0(\tau + \theta) - \alpha(\tau^2 + \theta^2)). \end{aligned} \quad (8.90)$$

Это выражение отличается от (8.89) лишь знаком при левостороннем импульсе, расположенном на отрицательных временах. Следовательно, полный импульс сжатия в частотном методе, равный сумме выражений (8.89) и (8.90), определяется формулой

$$\Phi(\tau, \theta) = \Phi_R(\tau, \theta) + \Phi_I(\tau, \theta) = BT \frac{\sin \frac{W(\tau-\theta)}{2}}{\frac{W(\tau-\theta)}{2}} \cos(\omega_0(\tau - \theta) - \alpha(\tau^2 - \theta^2)). \quad (8.91)$$

Амплитуда этого импульса в два раза выше, чем для правостороннего импульса в неполных модификациях частотного метода с использованием только реальной или только мнимой составляющей.

Кроме того, анализируя выражения (8.89) и (8.90), можно усмотреть, что правосторонний импульс симметричен относительно  $\tau = \theta$ , тогда как левосторонний может быть асимметричен. Действительно, полагая  $\tau = \theta$  и  $\tau = -\theta$ , получим для правостороннего импульса нулевую фазу, тогда как для левостороннего она будет равна  $\theta^2$ .

### 8.3. Преобразование стороннего случайного шума в частотном методе

Пусть зондирующий сигнал представляет собой свип с прямоугольной огибающей и определяется формулами (8.64), (8.68) в диапазоне частот  $[\omega_1, \omega_2]$  с длительностью  $T = t_2 - t_1$ . Допустим, что сейсмический сигнал содержит только одну волну с временем пробега  $\tau_0$  и относительной амплитудой  $h_0$ . Очевидно, абсолютная амплитуда этой волны

$$s = h_0 B, \quad (8.92)$$

и, стало быть, полное выражение для регулярного сигнала на входе регистрирующей аппаратуры будет иметь вид

$$s(t) = S \sin \alpha(t - \tau_0)^2. \quad (8.93)$$

Этот сигнал сопровождается внешним шумом  $n(t)$ , и потому наблюдению доступен вибросейсмический сигнал, представляющий собой смесь сигнала и шума:

$$y(t) = s(t) + n(t). \quad (8.94)$$

Подвергнем вибросейсмический сигнал (8.94) преобразованиям (8.71) и (8.86) в соответствии с алгоритмом частотного метода. Первой операцией является синхронное детектирование (8.71)

$$u(t) = \overline{y(t)c(t)} = \overline{s(t)c(t)} + \overline{n(t)c(t)}, \quad (8.95)$$

где черта сверху означает низкочастотную фильтрацию. Опорным сигналом  $c(t)$  служит нормированная по амплитуде безразмерная копия зондирующего сигнала

$$c(t) = \sin \alpha t^2, \quad t_1 < t < t_2. \quad (8.96)$$

Принцип суперпозиции позволяет рассматривать преобразования сигнала и шума отдельно. Результатом синхронного детектирования регулярного сигнала будет регулярная составляющая частотной сейсмограммы:

$$A(t) = \overline{s(t)c(t)} = \frac{S}{2} \cos(2\alpha\tau_0 t - \alpha\tau_0^2). \quad (8.97)$$

Синхронное детектирование шума даст случайный процесс



$$p(t) = \overline{n(t)c(t)}, \quad (8.98)$$

представляющий собой остаточный шум частотной сейсмограммы. Найдем АКФ этого шума через спектральные плотности входящих в (8.65) сигналов. Будем считать, что внешний шум  $n(t)$  – белый с двусторонней спектральной плотностью  $N$ . Энергетический спектр свип-сигнала (8.64) будем считать прямоугольным:

$$G(\omega) = \begin{cases} G_0, & |\omega - \omega_0| \leq \frac{W}{2}, \\ 0, & |\omega - \omega_0| > \frac{W}{2}, \end{cases} \quad (8.99)$$

причем величину  $G_0$  легко определить, пользуясь следующим приемом.

Найдем сначала АКФ опорного сигнала:

$$R_C(\tau) = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} \sin \alpha t^2 \sin \alpha(t - \tau)^2 dt \approx \frac{1}{2} \frac{\sin \frac{W\tau}{2}}{\frac{W\tau}{2}} \cos \omega_0 \tau. \quad (8.100)$$

Далее получим эту же функцию путем преобразования Фурье от спектральной плотности (8.99):

$$R_C(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{G_0}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \omega\tau d\omega = \frac{G_0 W}{\pi} \frac{\sin \frac{W\tau}{2}}{\frac{W\tau}{2}} \cos \omega_0 \tau. \quad (8.101)$$

Приравнявая (8.100) и (8.101), находим

$$G_0(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2W}, & |\omega - \omega_0| \leq \frac{W}{2}, \\ 0, & |\omega - \omega_0| > \frac{W}{2}. \end{cases} \quad (8.102)$$

Зная спектральные плотности процессов  $n(t)$  и  $A(t)$ , найдем спектральную плотность их произведения как свертку прямоугольной функции (8.102) и спектральной плотности  $N(\omega) = N = \text{const}$ :

$$\Pi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} N G(\omega - \nu) d\nu = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} N G_0 d\nu = \frac{N G_0 W}{\pi} \quad (8.103)$$

или с учетом (8.102) получаем спектральную плотность произведения  $n(t)c(t)$  как неограниченную по частоте постоянную функцию

$$\Pi(\omega) = \frac{N}{2}. \quad (8.104)$$

Чтобы найти теперь спектральную плотность искомого шума  $p(t)$ , необходимо умножить  $\Pi(\omega)$  на квадрат модуля частотной характеристики фильтра синхронного детектора, который примем прямоугольным в полосе  $[0 - \Omega_0]$ .

$$|D(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \Omega_0, \\ 0, & |\omega| > \Omega_0. \end{cases} \quad (8.105)$$

В результате спектральная плотность шума в частотной сейсмограмме будет равна половине спектральной плотности входного шума:

$$P(\omega) = \begin{cases} \frac{N}{2}, & |\omega| \leq \Omega_0, \\ 0, & |\omega| > \Omega_0. \end{cases} \quad (8.106)$$

Выполняя операцию обратного преобразования Фурье над  $P(\omega)$ , находим АКФ шума в частотной сейсмограмме

$$R_P(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) e^{j\omega\lambda} d\omega = \frac{P_0\Omega_0}{\pi} \frac{\sin \Omega_0\lambda}{\Omega_0\lambda} = \frac{N\Omega_0}{2\pi} \frac{\sin \Omega_0\lambda}{\Omega_0\lambda}. \quad (8.107)$$

Следовательно, дисперсия шума частотной сейсмограммы будет равна

$$\sigma_P^2 = \frac{P_0\Omega_0}{\pi} = \frac{N\Omega_0}{2\pi} = \frac{\sigma_n^2\Omega_0}{2W} = 2P_0F_0 = \frac{\sigma_n^2F_0}{2F}, \quad (8.108)$$

где  $F_0 = \Omega_0/2\pi$  – полоса частот НЧ-фильтра синхронного детектора;  $F = W/2\pi$  – полоса частот зондирующего сигнала, Гц;  $\sigma_n^2$  – дисперсия входного шума.

Рассмотрим вторую операцию частотного метода – преобразование Чичинина (8.86), восстанавливающее импульсную сейсмограмму:

$$k(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} A_R(t) \cos(2\alpha\tau t - \alpha\tau^2) dt. \quad (8.109)$$

Подставляя (8.72) в (8.86), для  $\tau > 0$  получаем правосторонний восстановленный сейсмический импульс (8.89):

$$k(\tau) = \frac{ST}{4} \frac{\sin \frac{W(\tau-\tau_0)}{2}}{\frac{W(\tau-\tau_0)}{2}} \cos \omega_0(\tau - \tau_0). \quad (8.110)$$

Подвергая этому же преобразованию (8.86) случайный процесс  $p(t)$  (8.98), получаем остаточный шум импульсной сейсмограммы

$$z(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) \cos(2\alpha\tau t - \alpha\tau^2) dt. \quad (8.111)$$

Определим его дисперсию как  $\sigma_z^2 = M[z^2(\tau)]$  или

$$\sigma_z^2 = M \left[ \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} p(t') p(t'') \cos(2\alpha\tau t' - \alpha\tau^2) \cos(2\alpha\tau t'' - \alpha\tau^2) dt' dt'' \right]. \quad (8.112)$$

Меняя порядок операций и пренебрегая интегралом от быстро осциллирующего слагаемого, получим

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} M[p(t')p(t'')] \cos 2\alpha\tau(t' - t'') dt' dt''. \quad (8.113)$$

Если теперь принять во внимание, что в подынтегральном выражении находится АКФ  $R_P(\lambda)$  процесса  $p(t)$ , и вспомнить, что вся подынтегральная функция четная и зависит только от разности переменных  $t'$  и  $t''$ , путем замены переменной  $\lambda = t' - t''$  с поворотом координатных осей на  $45^\circ$  получаем

$$\sigma_z^2 = T \int_0^T R_P(\lambda) \cos(2\alpha\tau\lambda) d\lambda. \quad (8.114)$$

Учитывая далее четность и импульсный характер АКФ, концентрацию ее энергии в окрестности  $\lambda = 0$ , а также обозначая  $\nu = 2\alpha\tau$ , можем записать

$$\sigma_z^2 = \frac{T}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_P(\lambda) \cos(\nu\lambda) d\lambda. \quad (8.115)$$

Интеграл в этом выражении оказался равным спектральной плотности шума частотной сейсмограммы (8.106), и, следовательно,

$$\sigma_z^2 = \frac{TP(\nu)}{2} = \begin{cases} \frac{TP_0}{2}, & |\nu| \leq \Omega_0, \\ 0, & |\nu| > \Omega_0. \end{cases} \quad (8.116)$$

Принимая во внимание, что из (8.108) следует

$$P_0 = \frac{\pi\sigma_p^2}{\Omega_0}, \quad (8.117)$$

получаем также

$$\sigma_z^2 = \begin{cases} \frac{\pi\sigma_p^2 T}{2\Omega_0}, & |\nu| \leq \Omega_0, \\ 0, & |\nu| > \Omega_0. \end{cases} \quad (8.118)$$

Дисперсия остаточного шума зависит от параметра  $\nu = 2\alpha\tau$ , т. е. фактически от аргумента восстановленной импульсной сейсмограммы. Этот факт означает, что остаточный шум существует лишь в рабочем диапазоне времен пробега  $[0, \tau_{\max}]$ , который определяется через полосу частот фильтра (8.105) как  $\tau_{\max} = \Omega_0/2\alpha$ .

Приведем полученные результаты к обозримому виду, используя более удобные для расчета циклические частоты:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad F = \frac{W}{2\pi}, \quad F_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi}. \quad (8.119)$$

Таким образом, на входе вибрационной сейсмостанции присутствует регулярный сигнал (8.93) в виде одиночной волны  $s(t)$ , имеющий среднюю мощность

$$\sigma_s^2 = \frac{s^2}{2}. \quad (8.120)$$

Сопутствующий внешний шум имеет равномерную спектральную плотность  $N$  и дисперсию в полосе частот  $F$  зондирующего сигнала

$$\sigma_n^2 = 2NF. \quad (8.121)$$

Следовательно, входное ОСШ, если определить его как отношение средних мощностей сигнала и шума, равно

$$\rho_{\text{in}}^2 = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} = \frac{s^2}{4NF}. \quad (8.122)$$

Будучи преобразован в частотную сейсмограмму (8.72), регулярный сигнал характеризуется средней мощностью

$$\sigma_A^2 = \frac{s^2}{8}, \quad (8.123)$$

а шум в частотной сейсмограмме обладает дисперсией (8.108):

$$\sigma_P^2 = NF_0 = \sigma_n^2 \frac{F_0}{2F}. \quad (8.124)$$

Следовательно, ОСШ в частотной сейсмограмме

$$\rho_A^2 = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_P^2} = \frac{s^2}{8NF_0} = \rho_{\text{in}}^2 \frac{F}{2F_0}, \quad (8.125)$$

т. е. наблюдается улучшение ОСШ, пропорциональное отношению входной полосы частот к значительно более узкой полосе частотной сейсмограммы.

После восстановления импульсной сейсмограммы регулярный сигнал сжимается в кратковременный импульс (8.110) с пиковой мощностью

$$k_{\text{max}}^2 = \frac{s^2 T^2}{16}, \quad (8.126)$$

тогда как шум преобразуется в случайный процесс, имеющий прямоугольную в полосе  $F_0$  спектральную плотность, с дисперсией (8.118):

$$\sigma_z^2 = \frac{TN}{4} = \sigma_P^2 \frac{T}{4F_0} = \sigma_n^2 \frac{T}{8F}, \quad (8.127)$$

и, следовательно, выходное ОСШ

$$\rho_{\text{out}}^2 = \frac{k_{\text{max}}^2}{\sigma_z^2} = \frac{s^2 T}{4N} = \rho_A^2 2TF_0 = \rho_{\text{in}}^2 TF. \quad (8.128)$$

Предложенная технология преобразования вибросейсмических сигналов при широкополосном и монохроматическом зондировании была успешно опробована в процессе проведения широкомасштабных экспериментальных работ на полигонах СО РАН и в других регионах в рамках развития нового научного направления, связанного с созданием методов и средств активной сейсмологии.

Сегодня есть все основания полагать, что она может быть рекомендована к практическому применению, особенно в том случае, когда в работах используются сейсмические вибраторы дебалансного типа, рассчитанные на длительные медленные развертки частоты.