

Глава 6

Моделирование сверхмощных вибрационных сейсмических источников

Вибрационные источники сейсмических волн используются в активной сейсмологии для изучения строения земной коры и верхней мантии, мониторинга временных изменений напряженно-деформированного состояния среды и в ряде промышленных приложений [135]. Для задач глобальной томографии Земли разработано несколько проектов сверхмощных сейсмических вибраторов с излучаемой мощностью несколько сотен киловатт в низкочастотном диапазоне [96, 14]. Принципы создания таких уникальных геофизических приборов описаны выше. Эти источники сейсмических полей построены по резонансной схеме, в их конструкции имеется механический колебательный контур с колеблющейся инерционной массой и упругими элементами. Использование резонансной схемы в низкочастотных сейсмических вибраторах большой мощности является принципиальным, так как теоретические оценки и опыт создания таких установок показывают, что в энергетическом балансе источников преобладающей становится реактивная мощность, циркулирующая как между источником и средой, так и внутри источника, которая требует рекуперации для обеспечения высокого КПД источника [194]. В настоящей главе приведены результаты математического моделирования сверхмощных сейсмических вибраторов, работающих на суше и в воде.

6.1. Моделирование сверхмощного шахтного гидрорезонансного виброисточника

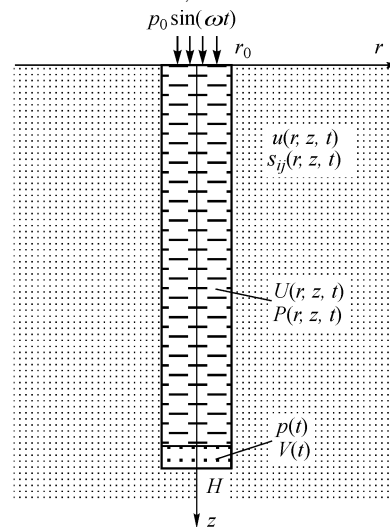
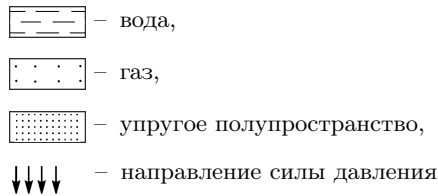
В сверхмощных сейсмических вибраторах используются резонансные колебания столба жидкости массой несколько десятков тысяч тонн в вертикальной шахте (см. п. 5.6). Для создания вибратора с усилием 10 000 т необходима водозаполненная шахта диаметром 12 м и глубиной 100 м. Колебательный контур в таком источнике образуется путем размещения вблизи дна шахты объема сжатого воздуха. Вертикальные колебания столба жидкости на упругом объеме приводят к периодическим изменениям давления в объеме сжатого воздуха у дна шахты и во всем столбе жидкости. При этом возникают периодические вертикальные усилия, приложенные к дну шахты, и радиальные, приложенные к ее стенкам, что и вызывает излучение сейсмических волн. Частотный диапазон шахтного вибратора для глобальной сейсмологии составляет 0.5–5 Гц. Нижняя частота определяется величиной инерционной массы жидкости и максимальным объемом пневмопружины, верхняя рабочая частота – упругостью столба жидкости и стенок шахты. Она ограничивается величиной, когда длина волны в столбе жидкости будет сравнима с размером самого столба жидкости в шахте.

Рассматриваемая схема шахтного вибрационного источника представляет собой достаточно сложную колебательную систему, в которой резонансные частоты зависят от упругих характеристик объема воздуха, массы и упругости столба жидкости и окружающего шахту грунта. Распределение напряжений по поверхности шахты, а также геометрические размеры определяют излучаемую сейсмическую мощность, распределение по типам волн и диаграмму направленности источника. Основные силовые, частотные и энергетические характеристики шахтного сейсмического вибратора могут быть определены математическим моделированием [97].

6.1.1. Математическая модель и система уравнений

Математическая модель шахтного гидрорезонансного источника, которая отражает наиболее существенные для рассматриваемого процесса излучения сейсмических волн свойства, является комбинированной. Она включает упругое полупространство с вертикальной цилиндрической полостью, столб сжимаемой жидкости и объем идеального газа у дна шахты (рис. 6.1). Общая математическая постановка задачи сводится к объединению трех систем уравнений – динамической теории упругости, динамики сжимаемой жидкости и идеального газа.

Рис. 6.1. Модель шахтного гидрорезонансного источника:



6.1.2. Система уравнений

1. Для упругого полупространства уравнения динамической теории упругости имеют вид в цилиндрических координатах (r, z, θ) , учитывая круговую симметрию:

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \Delta \vec{u} - \rho \ddot{\vec{u}} = 0, \tag{6.1}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda \Theta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, & \sigma_{zz} &= \lambda \Theta + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \sigma_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), & \Theta &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r}, \\ r > r_0 & \text{ при } 0 < z < H, & r > 0 & \text{ при } z > H, \end{aligned}$$

здесь λ , μ – упругие постоянные Ламе, ρ – плотность, $u(r, z, t)$ – смещения, $\sigma_{rr}(r, z, t)$, $\sigma_z(r, z, t)$, $\sigma_{zz}(r, z, t)$ – напряжения, Θ – объемное расширение, r_0 – радиус шахты, H – глубина шахты.

2. Для столба сжимаемой жидкости уравнения динамики в акустическом приближении

$$\begin{aligned} K\Delta\vec{U} - \rho_0\ddot{\vec{U}} &= 0, & r < r_0 \quad \text{при} \quad 0 < z < H, \\ p &= -K \operatorname{grad} \vec{U}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где $U(r, z, t)$ – смещения, $p(r, z, t)$ – давление, $K = \rho_0 c_0^2$ – коэффициент сжимаемости жидкости, c_0 – скорость звука в жидкости, ρ_0 – плотность жидкости.

3. Для объема сжатого газа связь давления с объемом определяется адиабатическим уравнением

$$p = p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma, \quad p_0 = \rho_0 g H, \quad (6.3)$$

где $p(t)$ – давление, $V(t)$ – объем газа, V_0 – начальный объем при давлении, равном статическому давлению p_0 в жидкости у дна шахты на глубине H .

6.1.3. Граничные условия

Граничными условиями задачи является известное согласование напряжений и скоростей на общих границах между разными средами.

1. На свободной поверхности полупространства отсутствие нормальных напряжений

$$\sigma_{zz}(r, 0, t) = 0 \quad \text{при} \quad r > r_0, \quad z = 0. \quad (6.4)$$

На верхней границе столба жидкости в качестве источника возбуждения колебаний задается периодическое давление

$$p(r, 0, t) = p_0 \sin(\omega t) \quad \text{при} \quad r < r_0, \quad z = 0. \quad (6.5)$$

2. На поверхности цилиндрической полости на границе жидкость–упругое полупространство

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r_0, z, t) &= p(r_0, z, t), \\ \sigma_{zz}(r_0, z, t) &= 0, \\ \sigma_{rz}(r_0, z, t) &= 0, \\ u_r &= U_r, \end{aligned} \quad \text{при} \quad 0 < z < H, \quad (6.6)$$

где $\sigma_{rr}(r, z, t)$, $\sigma_{zz}(r, z, t)$, $\sigma_{rz}(r, z, t)$ – напряжения, $u(r, z, t)$ – смещения из (6.1), $p(r, z, t)$ – давление, $U(r, z, t)$ – смещения из (6.2).

3. На границе жидкость–газ у дна цилиндрической полости

$$\begin{aligned} p(r, H, t) &= p(t), \\ V(t) &= V_0 - \int_S U_z(r, H, t) dS, \quad \text{при } r < r_0, \quad z = H, \end{aligned} \quad (6.7)$$

где $p(r, z, t)$ – давление, $U(r, z, t)$ – смещения из (6.2), $p(t)$ – давление, $V(t)$ – объем газа из (6.3), $S = \pi r_0^2$ – площадь сечения.

4. На границе газ–упругое полупространство на дне цилиндрической полости

$$\sigma_{zz}(r, H, t) = p(t) \quad \text{при } r < r_0, \quad z = H, \quad (6.8)$$

где $\sigma_{zz}(r, z, t)$ – напряжения из (6.1), $U(r, z, t)$ – смещения из (6.2), $p(t)$ – давление, $V(t)$ – объем газа из (6.3).

Прямое решение поставленной задачи представляет значительные трудности не только из-за сложности комбинированной модели, но и из-за того, что для изучения реального процесса колебаний необходимо учитывать конечную амплитуду колебаний столба жидкости на газовом объеме, что приводит к нелинейной постановке.

Задача моделирования существенно упрощается тем, что процесс излучения сейсмических волн рассматривается на низких частотах, когда характерные длины волн как в упругом полупространстве, так и в жидкости много больше диаметра шахты. В этом случае возможно разделение на две независимые задачи: вначале определяется распределение давления в жидкости из одномерной задачи конечных колебаний столба сжимаемой жидкости на газовом объеме при учете влияния упругости окружающего полупространства; затем решается динамическая задача для упругого полупространства с найденными напряжениями на границе цилиндрической полости в качестве граничных условий.

6.1.4. Резонансные колебания столба жидкости

Задача распространения волн в упругом пространстве с заполненной жидкостью цилиндрической полостью бесконечной длины рассматривалась ранее как в полной постановке [233], так и в длинноволновом приближении (классическая теория гидроудара) [276]. Показано, что в случае низких частот, когда длина волны много больше диаметра цилиндрической полости, применимо одномерное акустическое приближение. При этом скорость распространения упругих волн вдоль столба жидкости имеет меньшее значение, чем скорость звука в безграничной жидкости. Это связано с тем, что эффективный коэффициент сжимаемости жидкости уменьшается из-за упругих деформаций окружающего пространства. Значение скорости распространения упругих волн для низких частот дается выражением [233]

$$c^2 = \frac{c_0^2 \mu}{\rho_0 c_0^2 + \mu}, \quad (6.9)$$

где ρ_0 , c_0 – плотность и скорость звука в жидкости из уравнения (6.2) соответственно; $\mu = \rho v_s^2$ – модуль сдвига для упругой среды; ρ , v_s – плотность и скорость поперечных волн соответственно.

Резонансные характеристики столба сжимаемой жидкости на адиабатической пневмопружине определяются из одномерного уравнения акустики с двумя граничными условиями равенством давления нулю на верхней границе жидкости при $z = 0$ и равенством давления в жидкости и газе при $z = H$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial t^2} &= 0, \\ p(z, t) &= -\rho_0 c^2 \frac{\partial U(z, t)}{\partial z}, \\ \frac{\partial U(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=H} &= 0, \\ \rho_0 c^2 \frac{\partial U(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=H} &= \rho_0 g H \left(\frac{V_0}{V_0 - U(z, t)S} \right)^\gamma \Big|_{z=H}, \end{aligned} \quad \text{при } 0 < z < H, \quad (6.10)$$

где $U(z, t)$ – смещения, $p(z, t)$ – давление, c – скорость упругих волн в жидкости по (6.9), ρ_0 – плотность жидкости, V_0 – начальный объем газа, $S = \pi r_0^2$ – площадь сечения полости по (6.3), (6.7).

Для малых колебаний второе граничное условие допускает линеаризацию:

$$\rho_0 c^2 \frac{\partial U(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\frac{N}{S} U(z, t) \Big|_{z=H}, \quad (6.11)$$

где N – коэффициент упругости газового объема при малых одномерных деформациях.

Решение одномерного уравнения акустики (6.10) с граничным условием (6.11) представляет собой суперпозицию собственных форм колебаний (стоячих волн), частоты которых определяются из характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} U(z, t) &= \sum_i A_i \sin(\omega_i t) \cos(k_i z), \\ P(z, t) &= \rho_0 c^2 \sum_i A_i k_i \sin(\omega_i t) \sin(k_i z), \\ k_i &= \frac{\omega_i}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_i}, \quad \omega_i \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_i H}{c} \right) = \frac{N}{\rho_0 c S}, \end{aligned} \quad (6.12)$$

где ω_i , k_i , λ_i – соответственно частота, волновое число и длина волны i -й собственной формы колебаний, A_i – ее амплитуда.

Вид решения для смещений и давления, а также характеристическое уравнение для частот (6.12) показывают, что для любого значения упругости газового объема существует бесконечное число собственных форм со сколь угодно большими значениями частот. Нас интересуют первая форма колебаний с наименьшим значением частоты и зависимость этой частоты от параметров газового объема.

Малым значениям N (т.е. большим объемам газа) соответствуют наименьшие значения частоты колебаний, допускающие аналитическую оценку благодаря тому, что $\operatorname{tg}(x) \approx x$. При предельно больших значениях N (т.е. при отсутствии газа у дна шахты) частота определяется из условия стремления аргумента тангенса к $\pi/2$.

Таким образом, в случае малой жесткости упругого объема газа столб жидкости колеблется как единая масса и имеет линейное распределение давления по высоте. При этом влияние сжимаемости жидкости несущественно. Во втором предельном случае при отсутствии газа в пневмопружине возбуждается упругая стоячая волна вчетверо большей длины, чем глубина шахты, и распределение давления описывается четвертью периода синусоиды с максимальным значением у дна шахты:

$$\begin{aligned}
 & U(z, t) \approx U_{\max} \sin(\omega t) \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right), \\
 N \rightarrow 0 \quad & p(z, t) \approx p_{\max} \sin(\omega t) \frac{z}{H}, \\
 & \omega^2 \approx \frac{N}{\rho S H} = \frac{N}{M}, \\
 & U(z, t) \approx U_{\max} \sin(\omega t) \cos\left(2\pi \frac{z}{4H}\right), \\
 N \rightarrow \infty \quad & p(z, t) \approx p_{\max} \sin(\omega t) \sin\left(2\pi \frac{z}{4H}\right), \\
 & \frac{\omega H}{c} \approx \frac{\pi}{2}, \quad \lambda \approx 4H,
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

где M – общая масса столба жидкости.

Решение уравнения акустики с нелинейным граничным условием (6.10) для конечных колебаний жидкости приводит к появлению периодического решения, содержащего гармоники с частотами, кратными основной частоте, которым соответствуют свои формы собственных колебаний. Простое представление решения в виде рядов по кратным частотам аналогично (6.12) не дает прямого результата, так как задача сводится к нелинейным уравнениям для коэффициентов бесконечного ряда. Поэтому решение находится численно с использованием конечно-разностной аппроксимации уравнения (6.10). Результатом расчета является искомое распределение давления $p(z, t)$, которое качественно соответствует представлению (6.12), т.е. является суперпозицией собственных форм колебаний от первой и выше. Это распределение давления является граничным условием (6.6) для динамической задачи теории упругости (6.1) и определяет все характеристики шахтного вибратора как источника сейсмических волн.

6.1.5. Динамическая задача для упругого полупространства

После определения распределения давления на стенках цилиндрической полости задача моделирования полного волнового поля шахтного источника сводится к

динамической задаче теории упругости для полупространства со сложной границей (6.1) и с заданными напряжениями на ней в качестве граничных условий (6.4) и (6.6). В рассматриваемом случае низких частот, когда длины упругих волн в полупространстве и глубина шахты много больше ее диаметра, возможна аппроксимация напряжений на границе цилиндрической полости напряжениями от системы точечных источников типа “центр давления” и “вертикальная сила”, линейно распределенных по оси z от поверхности до глубины H в однородном упругом полупространстве.

Если рассматривать источник в виде сферы с равномерным радиальным давлением на поверхности (“центр давления” конечного размера) в цилиндрической системе координат, то его можно представить как суперпозицию источников двух типов: круговой горизонтальной силы F_r и вертикальной силы F_z . Значения этих сил определяются интегрированием соответствующих проекций сил по поверхности сферы:

$$\begin{aligned} F_r &= \int_S p \cos \vartheta dS = p \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi = p\pi^2 r_0^2, \\ F_z &= \pm \int_S p \sin \vartheta dS = \pm p \int_0^{\pi/2} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi = \pm p\pi r_0^2, \end{aligned} \quad (6.14)$$

где p – давление на поверхности сферы, (r, ϑ, φ) – сферические координаты, $dS = r^2 \cos \vartheta d\vartheta d\varphi$ – дифференциал площади на сфере.

Источник круговой горизонтальной силы аппроксимирует элемент цилиндрической полости с нормальными напряжениями. Два источника вертикальной силы (соответственно от верхней и нижней полусфер) определяют усилия вдоль оси z . При линейном расположении по оси полости источников типа “центр давления” с различной интенсивностью для компенсации вертикальной составляющей силы необходимо ввести линейную систему источников типа “вертикальная сила”, интенсивность каждого из которых равна разности вертикальных составляющих сил от соседних источников типа “центр давления”. Поэтому система точечных источников, аппроксимирующая цилиндрическую полость с распределением нормальных напряжений $p(z, t)$, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} f_{1n}(t) &= p(z, t)|_{z=nh}, \\ f_{2n}(t) &= \frac{\partial p(z, t)}{\partial z} H|_{z=nH} \quad \text{при } n = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (6.15)$$

где $f_{1n}(t)$, $f_{2n}(t)$ – интенсивности n -го источника типа “центр давления” и “вертикальная сила”, h – расстояние между источниками, $N = H/h$ – количество источников.

Для системы распределенных точечных источников динамическая задача теории упругости для упругого полупространства имеет вид

$$\begin{aligned} \rho \ddot{\vec{u}} &= (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \Delta \vec{u} + \vec{F}, \\ \vec{F}(z, r, t) &= F_r \vec{e}_r + F_z \vec{e}_z. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Правая часть уравнения (6.16) описывает действие системы локализованных во времени и пространстве источников:

для системы источников типа “центр давления”

$$\vec{F} = \vec{F}_1(z, r, t) = \sum_{n=1}^N \text{grad} \left[\frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - nh) \right] f_{1n}(t), \quad (6.17)$$

для системы источников типа “вертикальная сила”

$$\vec{F} = \vec{F}_2(z, r, t) = \sum_{n=1}^N \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - nh) f_{2n}(t) \vec{e}_z. \quad (6.18)$$

Начальные условия и граничные условия задачи:

$$\begin{aligned} \vec{u}|_{t=0} &= 0, & \dot{\vec{u}}|_{t=0} &= 0, \\ \sigma_{zz}|_{z=0} &= 0, & \sigma_{rz}|_{z=0} &= 0. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Применим к задаче интегральное преобразование Ханкеля по переменной r [116]:

$$\begin{aligned} R(z, k_i, t) &= \int_0^a r u_z(z, r, t) J_0(k_i r) dr, \\ S(z, k_i, t) &= \int_0^a r u_r(z, r, t) J_1(k_i r) dr \end{aligned} \quad (6.20)$$

с формулами обращения

$$\begin{aligned} u_z(z, r, t) &= \frac{2}{a^2} \sum_{i=1}^{\infty} R(z, k_i, t) \frac{J_0(k_i r)}{[J_1(k_i a)]^2}, \\ u_r(z, r, t) &= \frac{2}{a^2} \sum_{i=1}^{\infty} S(z, k_i, t) \frac{J_1(k_i r)}{[J_0(k_i a)]^2}, \end{aligned} \quad (6.21)$$

где k_i – корни уравнения Бесселя $J_1(k_i a) = 0$.

Полученная после преобразований система одномерных уравнений содержит члены $u_z|_{r=a}$, $u_r|_{r=a}$.

Введем новые граничные условия на правом конце:

$$u_z(z, r, t)|_{r=a} = u_r(z, r, t)|_{r=a} = 0 \quad (6.22)$$

и будем рассматривать волновое поле до момента $t < T$, где T – минимальное время распространения переднего фронта волны до отражающей поверхности $r = a$. (Можем это сделать в силу гиперболичности задачи.)

Новая граничная задача меньшей размерности, получаемая в результате применения конечного интегрального преобразования Ханкеля по r , имеет вид

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} &= \mu \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} - k_i \lambda \frac{\partial R}{\partial z} - k_i \mu \frac{\partial R}{\partial z} - k_i^2 (\lambda + 2\mu) S + \bar{F}_r, \\ \rho \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + k_i \lambda \frac{\partial S}{\partial z} + k_i \mu \frac{\partial S}{\partial z} - k_i^2 \mu R + \bar{F}_z.\end{aligned}\quad (6.23)$$

Начальные условия:

$$S(z, k_i, t)|_{t=0} = R(z, k_i, t)|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial S}{\partial t} \right|_{t=0} = \left. \frac{\partial R}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (6.24)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned}\lambda k_i S + (\lambda + 2\mu) \left. \frac{\partial R}{\partial z} \right|_{z=0} &= 0, \\ \mu \left(\left. \frac{\partial S}{\partial z} - k_i R \right|_{z=0} \right) &= 0.\end{aligned}\quad (6.25)$$

Правая часть уравнений имеет следующие компоненты:

а) в случае источников типа “центр давления”

$$\bar{F}_r = - \sum_{n=1}^N \frac{k_i}{2\pi} \delta(z - nh) f_{1n}(t), \quad \bar{F}_z = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dz} (\delta(z - nh)) f_{1n}(t); \quad (6.26)$$

б) в случае источников типа “вертикальная сила”

$$\bar{F}_r = 0, \quad \bar{F}_z = - \sum_{n=1}^N \frac{k_i}{2\pi} \delta(z - nh) f_{2n}(x). \quad (6.27)$$

Для решения редуцированной задачи можно воспользоваться конечно-разностной аппроксимацией по времени и пространственной координате z . При таком подходе каждый раз при изменении количества источников, их положения или интенсивности вычисления необходимо проводить заново. При проведении серии вычислительных экспериментов по моделированию волновых полей, генерируемых набором источников, такой подход неэкономичен.

Более эффективно комплексирование метода прямых и метода матричной декомпозиции [268]. Такой численно-аналитический подход для конкретных моделей сред позволяет без особых вычислительных затрат моделировать волновые поля в любой интересующий нас момент времени для произвольной комбинации источников разных типов, различной интенсивности и локализации.

Для решения задачи (6.23)–(6.27) воспользуемся методом прямых, который, в отличие от метода сеток, операцию дифференцирования аппроксимирует только по пространственной переменной z . С этой целью введем на интервале $z \in (0, b)$ равномерную сетку

$$\omega = \{z_j = jh, j = 1, \dots, M, h(M+1) = b\}. \quad (6.28)$$

Вывод дифференциально-разностных уравнений для нахождения функций $S(z_j, k_i, t)$, $R(z_j, k_i, t)$ на прямых $z = z_j$ проводился по схеме, предложенной в [99]. Полученную дифференциально-разностную задачу можно записать в векторном виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \vec{X}}{dt^2} + A \vec{X} &= f(t) \vec{\varphi}, \\ \vec{X}|_{t=0} = \frac{d\vec{X}}{dt} \Big|_{t=0} &= 0, \end{aligned} \quad (6.29)$$

где

$$\vec{X}(t) = (S(z_1, k_i, t), R(z_1, k_i, t), S(z_2, k_i, t), R(z_2, k_i, t), \dots, S(z_M, k_i, t), R(z_M, k_i, t))^T,$$

A – симметричная, положительно определенная ленточная матрица, ширина которой зависит от порядка аппроксимации по переменной z , $\vec{\varphi}$ – вектор правой части, аппроксимирующий (6.26) или (6.27) на сетке ω , $f(t)$ полагаем равной $f_1(t)$ или $f_2(t)$ в зависимости от вида рассматриваемых источников.

С помощью ортонормального разложения [248]:

$$A = Q \operatorname{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_M\} Q^{-1} \quad (6.30)$$

и замены переменных $\vec{Y}(t) = Q^{-1} \vec{X}(t)$ система (6.29) распадается на N независимых задач Коши для каждой Y_i компоненты вектора $\vec{Y}(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Y_i}{dt^2} + \lambda_i Y_i &= \Psi_i, \quad \Psi_i = (Q \vec{\varphi})_i f(t), \\ Y_i|_{t=0} = \frac{dY_i}{dt} \Big|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Решение ее записывается в виде

$$Y_i = \int_0^t \Psi_i(\tau) \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \sin(\sqrt{\lambda_i}(t - \tau)) d\tau. \quad (6.32)$$

В зависимости от вида функции сигнала $f(t)$ значения $Y_i(t)$ можно получить либо в аналитическом виде, либо численно, вычислив интеграл в правой части (6.32) одним из приближенных методов. Для вибрационного источника, излучающего гармонический сигнал, функция $f(t)$ имеет вид

$$f(t) = \sin(\omega_0 t), \quad (6.33)$$

где ω_0 – частота излучения. Тогда формула (6.32) допускает аналитическое представление:

$$\begin{aligned}
Y_i &= (Q\vec{\varphi})_i \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} (\omega_0^2 - \lambda_i) (\omega_0 \sin \sqrt{\lambda_i} t - \sqrt{\lambda_i} \sin \omega_0 t) && \text{при } \omega_0^2 \neq \lambda_i, \\
Y_i &= (Q\vec{\varphi})_i \frac{1}{2\omega_0^2} (\sin \omega_0 t - \omega_0 t \cos \omega_0 t) && \text{при } \omega_0^2 = \lambda_i.
\end{aligned} \tag{6.34}$$

После того как определен вектор $\vec{Y}(t)$, достаточно возвратиться к переменной

$$\vec{X}(t) = Q\vec{Y}(t) \tag{6.35}$$

и далее найти решение $\vec{u}(z_i, r, t)$ исходной задачи (6.16)–(6.19) по формулам (6.21).

Обратим внимание, что основное вычислительное время алгоритма занимает построение ортонормального разложения (6.30) для матрицы A , коэффициенты которой зависят лишь от строения среды и не зависят от параметров и положения источников. После того как разложение (6.30) для конкретной модели среды получено, моделируется волновое поле для произвольной комбинации источников-приемников лишь по формулам (6.32) и (6.35), которые для некоторых типов источников, как было показано, представляют собой аналитические формулы.

Разработанный алгоритм применялся для математического моделирования полного волнового поля шахтного вибратора для различных моделей среды (рис. 6.2). Хорошо видна цилиндрическая продольная волна от стенок шахты и сферическая – от дна. На рис. 6.3 представлено волновое поле источника для расположения шахты в слое со скоростями распространения упругих волн, меньшими, чем в нижележащем полупространстве. Видно опережающее распространение продольной волны в высокоскоростной части разреза и проникновение конической волны в низкоскоростной слой.

6.2. Моделирование морских резонансных источников с газонаполненными излучателями

Для проведения работ по глубинному зондированию земной коры и мантии и глобальной томографии Земли в районах акваторий необходимы вибрационные источники упругих волн, работающие в море и развивающие акустическую мощность 100–1 000 кВт в низкочастотном диапазоне 1–10 Гц [134]. Как и в случае наземных сейсмических вибраторов, создание таких источников представляет значительные технические трудности и требует поиска эффективных решений. При анализе принципов создания вибрационных источников для глубинных сейсмических исследований отмечалось, что вибраторы, работающие в жидкости, имеют ряд особенностей, отличающих их от аналогичных установок, предназначенных для суши. К наиболее важным из них относятся влияние свободной поверхности жидкости на излучение низкочастотных упругих волн и инерционный характер сопротивления жидкости работающему источнику.

6.2.1. Аналитические оценки динамических характеристик источника с излучателем в виде упругой сферы

Решение динамических задач для сжимаемой жидкости в акустическом приближении [112, 42] показывает, что при гармоническом силовом воздействии на среду

амплитуда (комплексная) силы F_0 и амплитуда скорости u_0 на границе с источником связаны линейно через комплексный коэффициент Z , называемый сопротивлением среды излучению, или импедансом:

$$F = F_0 e^{i\omega t}, \quad u = u_0 e^{i\omega t}, \quad F_0 = Z u_0. \quad (6.36)$$

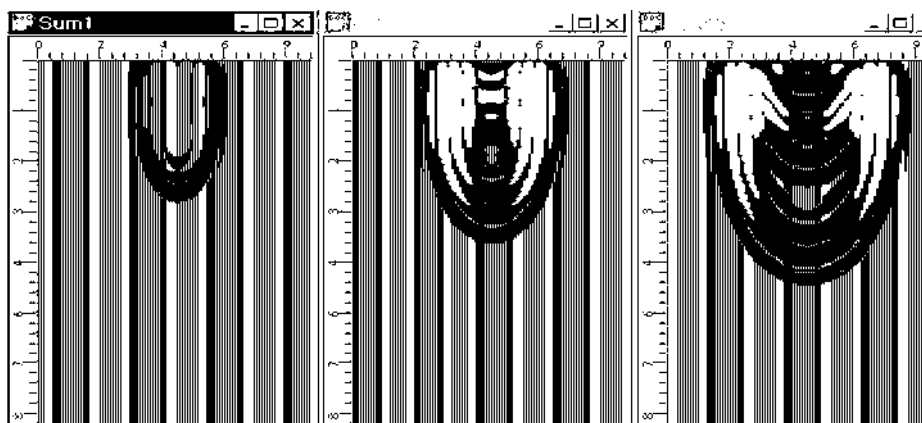


Рис. 6.2. Волновое поле шахтного источника в однородном упругом полупространстве для последовательных моментов времени

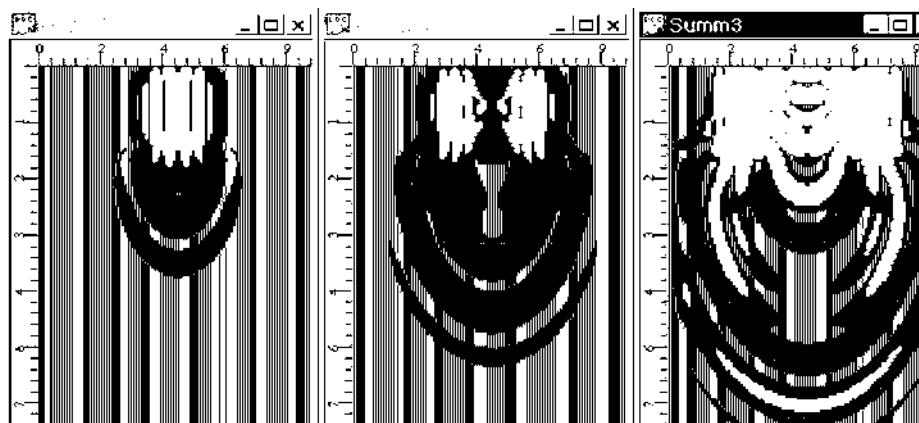


Рис. 6.3. Волновое поле шахтного источника в низкоскоростном слое на однородном полупространстве

Для источников сложной геометрии с неравномерным распределением нагрузки под F_0 и u_0 могут пониматься интегральные, средние или приведенные значения силовых и скоростных характеристик [202]. В общем случае импеданс Z зависит от геометрии излучателя (характерного размера), механических свойств среды и рабочей частоты источника. В низкочастотном диапазоне, когда длина

генерируемых упругих волн значительно превосходит характерный размер источника, импеданс Z допускает явное выражение зависимости мнимой части от частоты:

$$Z = R + iX = R + i\omega m + \frac{1}{i\omega}N, \quad (6.37)$$

где R , X – действительная и мнимая части импеданса соответственно, m , N – коэффициенты, ω – частота.

Величины m и N в (6.37) характеризуют инерционные и упругие силы, возникающие в зоне контакта среды с источником при периодическом воздействии. Величина R зависит от размера излучателя, механических характеристик жидкости и частоты. Присутствие в импедансе Z действительной части указывает на наличие потока энергии от излучателя в среду, что в случае идеально упругой жидкости соответствует излучению акустических волн.

Для морских вибрационных источников мнимая часть импеданса содержит только инерционную составляющую, упругая составляющая отсутствует. Значения коэффициентов R , m в низкочастотном приближении для сферического излучателя имеют вид

$$R = 4\pi a^2 \rho c, \quad m = 4\pi a^3 \rho, \quad (6.38)$$

где a – радиус излучателя, c – скорость звука в жидкости.

Величина присоединенной массы для излучателя нулевого порядка равна утроенной массе вытесненной излучателем жидкости и при радиусе излучателя 2–5 м составляет 100–1500 т.

От соотношения действительной и мнимой частей импеданса зависят основные энергетические характеристики системы вибратор–среда: активная W_R и реактивная W_X мощности. Мощность W_R характеризует энергию, отдаваемую источником в среду и переносимую акустическими волнами, реактивная мощность W_X связана с циркулирующей энергией между источником и средой. Выражения для W_R и W_X в случае морского виброисточника имеют следующий вид:

$$W_R = \frac{\rho \omega^4 \Delta V_0^2}{8\pi c}, \quad W_X = \frac{\rho \omega^3 \Delta V_0^2}{8\pi a} = W_R \frac{\lambda}{2\pi a}, \quad (6.39)$$

где ΔV – амплитуда изменения объема излучателя, $\lambda = 2\pi \cdot c/\omega$ – длина излучаемой волны.

Как видно из (6.74), реактивная мощность в низкочастотном диапазоне, где $\lambda \geq a$, значительно превосходит мощность излучения. Для сохранения и рекуперации этой мощности морской вибрационный источник должен образовывать со средой колебательный контур с резонансной частотой, равной частоте излучения. Благодаря инерционной составляющей импеданса (присоединенной массе жидкости) для создания колебательного контура вибратор–среда излучателю вибратора достаточно иметь чисто упругие характеристики. Необходимая жесткость в зависимости от требуемой резонансной частоты достигается путем использования в качестве упругого элемента сжатого газа и имеет жесткость m :

$$n = m\omega^2 \approx 4\pi a^3 \rho \omega^2. \quad (6.40)$$

В реальных конструкциях морских источников для снижения нагрузок на излучатель давление газа необходимо выбирать близким к давлению на глубине погружения вибратора. При этом значение радиальной жесткости газового объема в сферической пульсирующей оболочке и резонансная частота системы вибратор–среда имеют вид

$$n = 12\pi a \gamma p = 12\pi a \gamma (\rho g H + p_a), \quad \omega = \sqrt{\frac{3\gamma p}{\rho a^2}} = \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho a^2} (\rho g H + p_a)}, \quad (6.41)$$

где n – жесткость, ω – частота, p – давление газа, a – радиус излучателя, ρ – плотность жидкости, g – ускорение силы тяжести, H – глубина погружения вибратора, p_a – атмосферное давление, γ – показатель адиабаты газа.

Уменьшение резонансной частоты колебательной системы в низкочастотном морском вибраторе связано с необходимостью увеличения радиуса газового объема, так как глубина его погружения определяется из условий эффективного излучения, ее уменьшение приводит к снижению сейсмической мощности.

Волновое поле морского вибратора, находящегося под свободной поверхностью жидкости, определяется применяемым в акустике методом изображений. Оно представляет собой суперпозицию волновых полей двух источников: реального и его изображения, расположенного симметрично относительно свободной поверхности и колеблющегося в противофазе. При этом автоматически выполняется граничное условие на свободной поверхности: давление сейсмического поля на ней равно нулю. Акустическое поле сферического гармонического источника в безграничной среде имеет следующий вид для давления p и скорости u :

$$\begin{aligned} p(R, t) &= \frac{p_0 a}{R} \exp(ikR - i\omega t), \\ u(R, t) &= \frac{1}{i\omega p} \frac{\partial p}{\partial R} = \frac{p_0 a}{i\omega p} \left(-\frac{1}{R^2} + \frac{ik}{R} \right) \exp(ikR - i\omega t), \end{aligned} \quad (6.42)$$

где a – радиус источника, R – расстояние, p_0 – амплитуда давления на поверхности источника, $k = \omega/c$ – волновое число.

Принимая для реального источника, находящегося в жидкости амплитуду давления положительной, а для изображения – отрицательной (рис. 6.4, а), получим следующие выражения для давления и скорости в волновом поле на расстоянии $R \geq kH_2$:

$$\begin{aligned} p(R, \vartheta, t) &= \frac{p_0 a}{|\vec{R} - \vec{H}|} \exp(ik|\vec{R} - \vec{H}| - i\omega t) - \frac{p_0 a}{|\vec{R} + \vec{H}|} \exp(ik|\vec{R} + \vec{H}| - i\omega t) \\ &\approx -ip_0 \frac{a}{R} 2 \sin(kH \cos \vartheta) \exp(ikR - i\omega t), \\ \vec{u} &\approx -i \frac{p_0 a}{\rho c} \frac{\vec{R}}{R^2} 2 \sin(kH \cos \vartheta) \exp(-ikR - i\omega t), \end{aligned} \quad (6.43)$$

где ϑ – полярный угол.

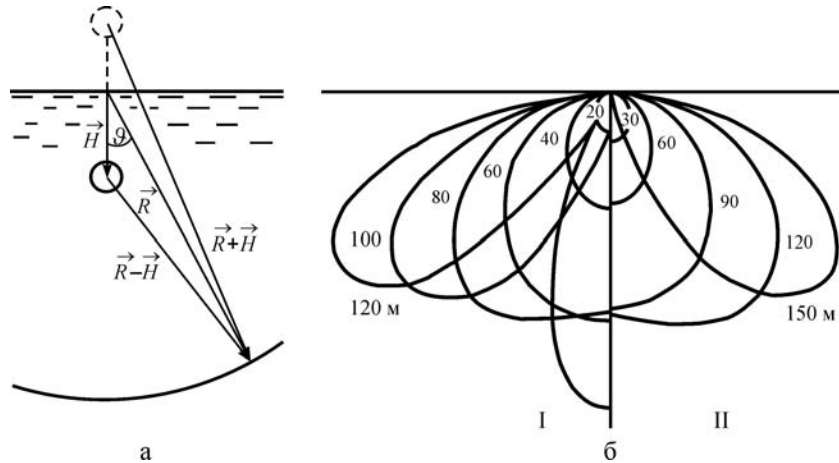


Рис. 6.4. Схема к расчету поля давления (а) и диаграммы направленности излучения вибратора (б) с излучателями диаметром 3 м – I и 5 м – II

Множитель $2 \sin(kH \cos \vartheta)$, входящий в выражения (6.43), определяет диаграмму направленности морского виброисточника. Из ее вида следует, что при погружении источника на глубину, равную четверти длины волны, диаграмма направленности имеет один лепесток с максимальной амплитудой волнового поля, направленной вертикально вниз, и величина давления в волне, идущей в этом направлении, вдвое превосходит амплитуду давления такого же источника, работающего в безграничной жидкости. На рис. 6.4, б приведены диаграммы направленности на различной глубине для вибраторов с диаметром газового объема 3 и 5 м.

Излучаемая мощность морского вибратора определяется интегрированием потока энергии через замкнутую поверхность, являющуюся полусферой, окружающей источник, и усреднением его по времени:

$$W = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \int_S p \vec{u} \cdot \vec{n} dS dt, \quad (6.44)$$

где p , \vec{u} – давление и вектор скорости в сейсмической волне, $dS = 2\pi \cdot R^2 \sin \vartheta \cdot d\vartheta$ – дифференциал площади поверхности полусферы, $\vec{n} = \vec{R}/R$ – вектор нормали, ϑ – полярный угол.

Подстановка в (6.44) выражений для давления и скорости из (6.43), величин dS и \vec{n} в полярной системе координат дает следующее выражение мощности излучения:

$$W = \frac{2\pi p_0^2 a^2}{\rho c} \left(1 - \frac{\sin(2kH)}{2kH}\right), \quad W_0 = \frac{2\pi p_0^2 a^2}{\rho c}, \quad H_0 = \frac{\pi}{2k} = \frac{\lambda}{4}. \quad (6.45)$$

Величина, стоящая перед скобкой, равна мощности, излучаемой источником в безграничной жидкости. Влияние глубины погружения на излучаемую мощность

определяется членом, стоящим в скобке в выражении (6.45), и полностью зависит от соотношения глубины погружения и волнового числа (или длины волны). Эта зависимость определяется взаимодействием вибратора с излучаемым полем, а именно с тем вкладом, который дает отраженная от поверхности волна в точке нахождения вибратора. На рис. 6.5 приведен график мощности излучения при фиксированной амплитуде давления и радиусе излучателя в зависимости от глубины погружения вибратора по (6.45).

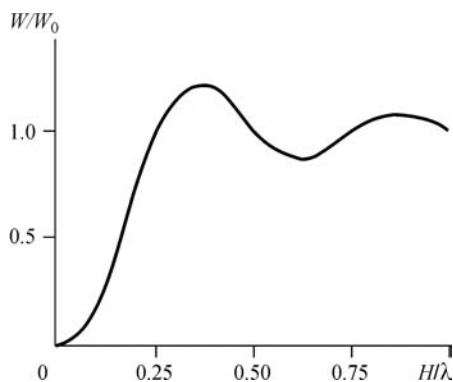


Рис. 6.5. Зависимость мощности излучения от глубины погружения вибратора

Зависимость излучаемой мощности от глубины (6.45) явно показывает, что при глубине погружения менее четверти длины волны вибратор излучает меньше мощности, чем в безграничной жидкости. Отсюда следует, что помещение вибратора на глубину, равную четверти длины волны, — одно из основных требований при построении морских резонансных виброисточников. Увеличение глубины погружения вибратора свыше четверти длины волны не дает существенного увеличения мощности излучения (при $H \approx 0.36\lambda$, $W_{\max} \approx 1.2W_0$), однако создает другие трудности, из которых самая существенная — необходимость увеличения радиуса газового объема излучателя. По выражению (6.76), сохранение резонансной частоты излучателя при увеличении глубины приводит к росту радиуса газового объема пропорционально \sqrt{H} . Так как для работы на частотах единицы герц характерный размер излучателя составляет несколько метров, то увеличение его приводит к технологическим трудностям изготовления. Кроме этого, увеличение глубины погружения источника неизбежно затрудняет его эксплуатацию.

В выражение для мощности излучения (6.45) входит значение амплитуды давления p_0 на границе пульсирующей сферы, которая равна амплитуде давления в газовом объеме, входящем в колебательный контур резонансного вибратора. При оценке мощности излучения удобнее задаваться изменением объема излучателя (абсолютным или относительным), чем амплитудой давления, так как его максимально возможное изменение задается конкретной конструкцией вибратора. В случае адиабатичности процесса пульсаций газового объема выражения для амплитуды давления и мощности излучения приобретают вид (6.46).

Объединение условия эффективного излучения — погружение вибратора на глубину, равную четверти длины волны, и резонансных характеристик газового объема в жидкости (6.76) — позволяют характеризовать вибратор с газонаполненным излучателем определенной частотой ω_0 , равной резонансной на глубине погружения $H_0 = \lambda_0/4$:

$$\begin{aligned}
p_0 &= -\gamma(\rho g H + p_a) \frac{\Delta V}{V}, \\
W &= \frac{2\pi a^2}{\rho c} \gamma^2 (\rho g H + p_a)^2 \left(1 - \frac{\sin 2kH}{2kH}\right) \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2, \\
k &= \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho a^2} (\rho g H + p_a)} / \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho a^2} (\rho g H + p_a) c},
\end{aligned} \tag{6.46}$$

где V , ΔV – объем и амплитуда изменения объема излучателя вибратора, H – глубина погружения, γ – показатель адиабаты газа.

Для излучателя в виде пульсирующей сферы ее значение определяется из (6.76) и задается выражением

$$\begin{aligned}
\omega_0 &= \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2} \frac{\gamma g c}{a^2} \left(1 + \frac{2p_a \omega_0}{\pi \rho g c}\right)}, \\
H_0 &= \frac{\lambda_0}{4} = \frac{\pi c}{2\omega_0},
\end{aligned} \tag{6.47}$$

где ρ , c – плотность и скорость звука в жидкости соответственно, p_a – атмосферное давление, g – ускорение силы тяжести, a – радиус излучателя.

Стоящая в скобках добавка к единице сравнима с ней при частоте $\omega_0 \approx 230 \text{ с}^{-1}$ или $f_0 \approx 37 \text{ Гц}$, поэтому для низкочастотных излучателей справедлива оценка

$$w_0 = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2} \frac{\gamma g c}{a^2}}. \tag{6.48}$$

Для источника с характерной частотой ω_0 , находящегося на наиболее выгодной глубине $H_0 = \lambda_0/4$, выражение мощности в зависимости от частоты получается подстановкой (6.47) в (6.48) и имеет вид

$$W = \frac{3\pi^4}{4} \frac{\rho \gamma^3 g^3 c^2}{w_0^5} \left(1 + \frac{2p_a \omega_0}{\pi \rho g c}\right)^3 \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2, \tag{6.49}$$

$$V = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{3\pi}{2} \frac{\gamma g c}{\omega_0^3} \left(1 + \frac{2p_a \omega_0}{\pi \rho g c}\right)\right)^{3/2}. \tag{6.50}$$

Выражение (6.49) показывает, что сейсмическая мощность, которую можно получить от вибратора с постоянным относительным изменением объема, приблизительно обратно пропорциональна пятой степени частоты. Быстрый ее рост при уменьшении частоты связан с одновременным влиянием увеличения трех факторов: необходимой глубины погружения вибратора; давления в газовом объеме и его амплитуды колебаний; размера газового объема. Из второго выражения (6.50) следует, что для обеспечения резонанса на низких частотах необходимо увеличение амплитуды изменения газового объема, причем степень зависимости от частоты достаточно высока – 4.5, т.е. уменьшение резонансной частоты источника вдвое требует увеличения его объема приблизительно в 25 раз.

Значения резонансной частоты, радиуса объема, глубины погружения и излучаемой мощности на единицу квадрата относительного и абсолютного изменения его объема для низкочастотных морских вибраторов приведены в табл. 6.1

(резонансные и энергетические характеристики морского вибратора с излучателем в виде пульсирующей газонаполненной сферы).

Таблица 6.1

Частота f , Гц	Радиус излучателя a , м		Глубина погружения H_0 , м	Удельная мощность излучения	
	сферический	одномерный		$W_R / \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2$, кВт	$W_R / (\Delta V)^2$, кВт/м ⁶
1	20.00	12.80	375.0	$5.0 \cdot 10^7$	$4.1 \cdot 10^{-2}$
2	7.16	4.60	187.5	$1.6 \cdot 10^6$	$6.6 \cdot 10^{-2}$
4	2.59	1.66	93.7	$5.6 \cdot 10^4$	$1.1 \cdot 10^1$
6	1.45	0.93	62.5	$9.7 \cdot 10^3$	$5.4 \cdot 10^1$
10	0.70	0.45	37.5	$8.6 \cdot 10^2$	$4.1 \cdot 10^2$
20	0.27	0.17	18.75	$4.8 \cdot 10^1$	$6.6 \cdot 10^3$

Из приведенных в таблице данных следует, что характерные размеры вибраторов в диапазоне 2–4 Гц составляют 5–15 м и требуют погружения на глубину 100 ÷ 200 м. Величина сейсмической мощности, которую можно получить от одного вибратора при относительном изменении объема $\Delta V/V = 0.1$, составляет сотни киловатт. Если учесть, что вся активная мощность излучается в продольной волне, то такая величина ее от одного вибратора может оказаться достаточной для проведения глубинного зондирования Земли.

Морской вибратор с постоянным размером газового объема может менять резонансную частоту путем изменения глубины погружения и связанным с ней изменением давления газа и жесткости газового объема. Зависимость резонансной частоты, диаграммы направленности и излучаемой мощности такого вибратора от глубины имеет вид

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho g H + p_a}{\rho g H_0 + p_a}},$$

$$p = \gamma(\rho g H + p_a) \frac{a}{R} \frac{\Delta V}{V} 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{H}{H_0} \sqrt{\frac{\rho g H + p_a}{\rho g H_0 + p_a}} \cos \vartheta\right) e^{ikR - i\omega t}, \quad (6.51)$$

$$W = \frac{2\pi a^2}{\rho \cdot c} \gamma^2 (\rho g H + p_a)^2 \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 \left[1 - \frac{\sin\left(\pi \frac{H}{H_0} \sqrt{(\rho g H + p_a)(\rho g H_0 + p_a)}\right)}{\pi \frac{H}{H_0} \sqrt{(\rho g H + p_a)(\rho g H_0 + p_a)}}\right].$$

Полученные выражения для основных характеристик морского вибратора с газовым объемом неизменного размера являются достаточно общие и справедливы для низкочастотных вибраторов различных конструкций, в которых газовый объем является основным упругим элементом. На рис. 6.6 приведен график зависимости резонансной частоты и мощности излучения от глубины погружения вибратора по (6.51).

В табл. 6.2 дана резонансная частота и мощность излучения на различных глубинах для вибратора с излучателем диаметром 3 и 5 м соответственно, относительное изменение объема $\Delta V/V = 0.1$.

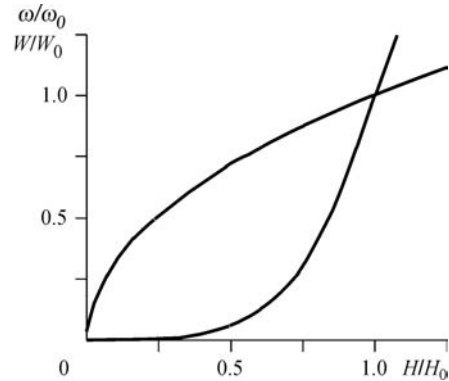


Рис. 6.6. Зависимость резонансной частоты и мощности излучения от глубины погружения вибратора

Таблица 6.2

Глубина погружения H , м	Резонансная частота f , Гц		Мощность излучения W , кВт	
	сферическая	одномерная	сферическая	одномерная
Вибратор с излучателем диаметром 3 м				
20	3.9	2.9	1	0.30
40	5.0	3.7	1.7	0.52
60	6.0	4.4	77	23
80	6.7	5.0	164	50
100	7.4	5.5	203	62
120	8.0	5.9	248	75
Вибратор с излучателем диаметром 5 м				
30	2.5	1.9	5	1.5
60	3.3	2.4	104	03.2
90	4.0	3.0	500	150
120	4.5	3.3	1096	330
150	5.0	3.7	1370	420
200	5.7	4.2	2380	720

6.2.2. Конструктивная схема морского резонансного источника

К особенностям низкочастотных морских источников, у которых длина излучаемой волны значительно превосходит характерный размер излучателя, относится то, что их акустическая мощность не зависит от геометрии излучателя, а определяется только частотой и амплитудой изменения объема (6.45). Поэтому при разработке конкретных конструкций источника можно реализовать не трехмерное движение излучателя, как в случае пульсирующей сферы, а одномерное, при котором части излучателя перемещаются относительно друг друга в одном направлении, что значительно проще технологически. Морской резонансный вибратор для глубинного зондирования земной коры и мантии с излучателем в виде

жестких газонаполненных оболочек описан в [95] и защищен А. с. СССР № 915598 [93].

Вибратор (рис. 6.7, а) включает газонаполненный излучатель (1), гидропривод (2), пригруз (3). В рабочее положение на требуемую глубину вибратор опускается с борта судна (4), сжатый воздух и жидкость под давлением подаются с судна по трубопроводам (5, 6) от компрессора (7) и гидронасоса (8). Компенсация выталкивающей силы осуществляется весом пригруза (3), соединенного с излучателем упругими связями.

Основной конструктивный элемент вибратора – излучатель – выполнен в виде двух коаксиальных цилиндрических оболочек (1, 2) с днищами обтекаемой формы (рис. 6.7, б). Гидропривод вибратора включает несколько гидроцилиндров двойного действия (3), которые установлены на внешней оболочке, а своими штоками соединены с внутренней оболочкой. По периметру внешней оболочки установлено уплотнение (4) для герметизации внутреннего объема излучателя. На внешней оболочке укреплен гидропереключатель (5) привода, золотник которого связан с фрикционным узлом (6), установленным на внутренней оболочке.

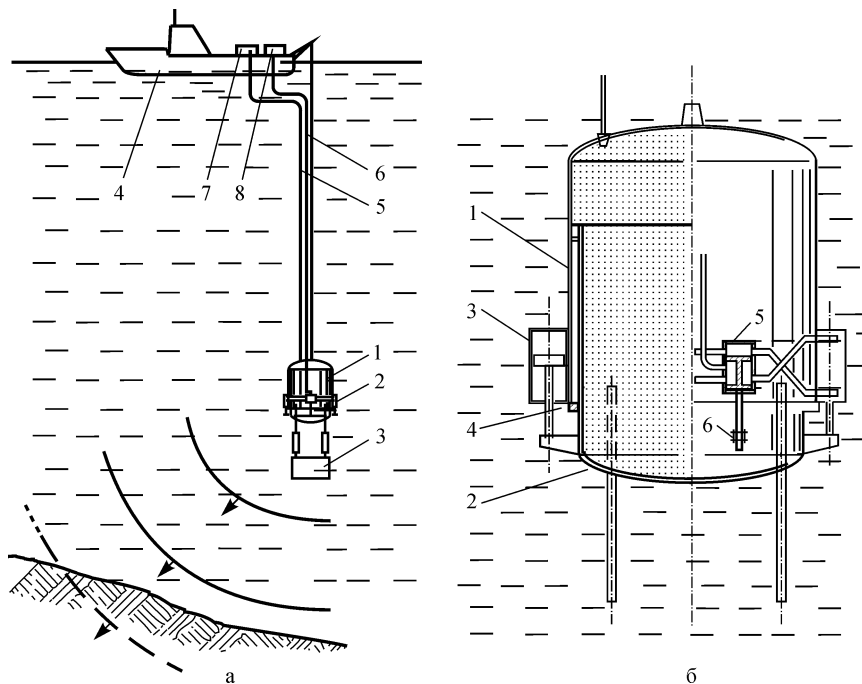


Рис. 6.7. Резонансный морской источник (а) и газонаполненный излучатель (б)

Во время работы вибратора оболочки излучателя совершают одномерные колебательные движения относительно друг друга, что приводит к периодическому изменению общего объема источника и излучению упругих волн в окружающую жидкость. Подвод энергии к вибратору осуществляется гидроприводом, который благодаря фрикционной связи золотника гидропереключателя с оболочками из-

лучателя работает в резонансе с излучателем при любой частоте и амплитуде колебаний.

6.2.3. Динамические характеристики морского вибратора с газонаполненным излучателем в виде жестких оболочек

Для расчета резонансных характеристик предложенного вибратора выбрана модель излучателя в виде двух жестких полусфер, которые могут смещаться относительно друг друга в одном направлении. Такое моделирование реальной конструкции излучателя оправдано тем, что он имеет близкие характерные размеры во всех трех измерениях. При этом выбранная модель дает возможность получить аналитические оценки основных характеристик вибратора.

Механическая схема морского резонансного вибратора с излучателем в виде жестких полусфер приведена на рис. 6.8. В схеме учтены массы оболочек m_1, m_2 , масса груза M , жесткость крепления оболочки к грузу k_1 и жесткость подвески всего вибратора k_2 .

Математическая модель вибратора по схеме рис. 6.8 сочетает в себе как движение твердых тел m_1, m_2, M и упругостей, которое описывается уравнениями механики, так и движение жидкости под действием пульсирующего газового объема и колеблющегося груза, которое требует гидродинамического описания.

Силы, действующие на оболочки излучателя со стороны жидкости, определяются полем давлений и скоростей, которое в модели сжимаемой жидкости описывается уравнениями акустики.

Граничными условиями для уравнений является распределение нормальной компоненты скорости на поверхности излучателя. В приближении безграничной жидкости и пренебрежении влиянием пригруза волновое уравнение и его решение для одной гармоники колебаний сферического излучателя имеет вид [112]

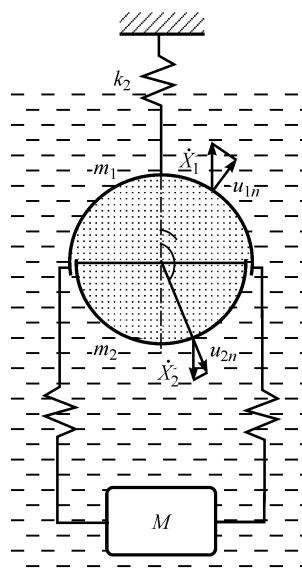


Рис. 6.8. Механическая модель резонансного морского источника

$$\Delta p + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0,$$

$$p(r, \vartheta, t) = R(r)P(\vartheta)e^{-i\omega t}, \quad u_r(r, \vartheta, t) = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (6.52)$$

$$R(r) = AJ_m(kr) + BN_m(kr), \quad P(\vartheta) = P_m(\cos \vartheta),$$

где $P_m(\cos \vartheta)$ – полиномы Лежандра, $J_m(kr)$, $N_m(kr)$ – сферические функции Бесселя и Неймана, $p(r, \vartheta, t)$, $u_r(r, \vartheta, t)$ – поле давлений и радиальных скоростей,

ω, k – частота и волновое число, r, ϑ – радиус и полярный угол, ρ, c – плотность и скорость звука в жидкости, m – целые числа.

Распределение нормальной скорости на поверхности излучателя задается скоростями оболочек и может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} u_n &= u_{1n} + u_{2n} = U_1 \cos \vartheta e^{-i\omega t} + U_2 |\cos \vartheta| e^{-i\omega t}, \\ U_1 &= \frac{\dot{X}_1 + \dot{X}_2}{2} e^{i\omega t}, \quad U_2 = \frac{\dot{X}_1 - \dot{X}_2}{2} e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (6.53)$$

где \dot{X}_1, \dot{X}_2 – скорости оболочек излучателя. Величины U_1 и U_2 , входящие в (6.53), являются комплексными амплитудами скорости центра сферы и движения оболочек относительно центра сферы.

Решения линейных уравнений акустики обладают свойствами суперпозиции и допускают последовательное рассмотрение двух случаев распределения нормальных скоростей u_{1n} и u_{2n} поверхности сферы.

$u_{1n} = U_1 \cos \vartheta e^{-i\omega t}$. Это распределение нормальной скорости соответствует случаю колеблющейся сферы и дает следующие решения для поля давлений и скоростей в жидкости:

$$\begin{aligned} p &= A \cos \vartheta [J_1(kr) + iN_1(kr)] e^{-i\omega t}, \\ u_r &= \frac{A \cos \vartheta}{3i\rho c} [J_0(kr) + iN_0(kr) - 2J_2(kr) - 2iN_2(kr)] e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (6.54)$$

где $A = U_1 \rho \omega^3 a^3 / 2c^2$, r, ϑ – сферические координаты. Из этого решения определяется распределение давления на поверхности сферы $p(a, \vartheta)$ и силы, действующие на верхнюю и нижнюю полусферы, которые при найденном распределении давления обозначены соответственно $F_1^{(1)}, F_2^{(1)}$ (верхний индекс относится к рассматриваемому случаю u_{1n} , нижний – к номеру полусферы):

$$\begin{aligned} p(a, \vartheta) &\approx A \cos \vartheta \frac{-i}{k^2 a^2} e^{-i\omega t} = -i \frac{\rho \omega a}{2} U_1 \cos \vartheta e^{-i\omega t}, \\ F_1^{(1)} &= -2\pi a^2 \int_0^{\pi/2} p(a, \vartheta, t) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = i\omega \frac{\pi \rho a^3}{3} U_1 e^{-i\omega t}, \\ F_2^{(1)} &= -2\pi a^2 \int_{\pi/2}^{\pi} p(a, \vartheta, t) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = F_1^{(1)}. \end{aligned} \quad (6.55)$$

$u_{2n} = U_2 |\cos \vartheta| e^{-i\omega t}$. Такое распределение нормальной скорости соответствует пульсации жестких полусфер по оси в противоположных направлениях. Поскольку решение для характеристик волнового поля представлено в виде суммы по полиномам Лежандра, необходимо разложить нормальную компоненту скорости на границе излучателя в ряд по $P_m(\cos \vartheta)$:

$$\begin{aligned}
U_2 |\cos \vartheta| &= \sum_{m=0}^{\infty} U_m P_m(\cos \vartheta), \\
U_m &= \left(m + \frac{1}{2}\right) \int_0^{\pi} U_2 |\cos \vartheta| P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \\
&= \left(m + \frac{1}{2}\right) \int_{-1}^1 U_2 |x| P_m(x) dx = (2m + 1) U_2 I_m. \tag{6.56}
\end{aligned}$$

Из-за четности функции u_{2n} по переменной $x = \cos \vartheta$ величины U_m не равны нулю только для четных m . Интеграл I_m допускает явное выражение и некоторые рекуррентные соотношения [102]:

$$\begin{aligned}
I_m &= \int_0^1 x P_m(x) dx = -\frac{P_m(0)}{(m+2)(m-1)}, & P_m(0) &= \frac{(-1)^{\frac{m}{2}} m!}{2^m \left(\frac{m}{2}\right)! \left(\frac{m}{2}\right)!}, \tag{6.57} \\
I_{m+2} &= -\frac{m-1}{m+4} I_m, & P_{m+2}(0) &= -\frac{m+1}{m+2} P_m(0).
\end{aligned}$$

Поле давлений и скоростей, индуцируемое в жидкости заданным распределением скорости на сфере, представимо рядами по полиномам Лежандра:

$$\begin{aligned}
p &= \sum_{m=0}^{\infty} A_m P_m(\cos \vartheta) [J_m(kr) + iN_m(kr)] e^{-i\omega t}, \\
u_r &= \frac{1}{i\rho c} \sum_{m=0}^{\infty} A_m P_m(\cos \vartheta) \frac{1}{2m+1} \left[m(J_{m-1}(kr) + iN_{m-1}(kr)) - \right. \tag{6.58} \\
&\quad \left. m(J_{m+1}(kr) + iN_{m+1}(kr)) \right] \exp(-i\omega t),
\end{aligned}$$

где коэффициенты A_m определяются по значениям нормальной скорости на поверхности излучателя (6.56):

$$A_m = U_m i\rho c \frac{2m+1}{m(J_{m-1} + iN_{m-1}) - (m+1)(J_{m+1} + iN_{m+1})}, \tag{6.59}$$

здесь аргумент функций J_m , N_m равен (ka) .

В низкочастотном диапазоне ($ka \ll 1$) выражение коэффициентов A_m допускает простую оценку

$$\begin{aligned}
A_m &\approx -\rho c U_m \frac{2m+1}{(m+1)N_{m+1}(ka)}, \tag{6.60} \\
J_m(z) &\xrightarrow{z \rightarrow 0} \frac{z^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m+1)}, & N_m(z) &\xrightarrow{z \rightarrow 0} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)}{z^{m+1}}.
\end{aligned}$$

Вычисленные коэффициенты A_m позволяют при подстановке в (6.58) определить распределение давления по поверхности сферического излучателя и силы $F_1^{(2)}$ и $F_2^{(2)}$, действующие на верхнюю и нижнюю полусферы:

$$p(a, \vartheta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} -i\rho c U_m \frac{ka}{m+1} P_m(\cos \vartheta) e^{-i\omega t},$$

$$F_1^{(2)} = -2\pi a^2 \int_0^{\pi/2} p(a, \vartheta, t) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \sum_{m=0}^{\infty} 2\pi a^2 i \rho c ka \frac{2m+1}{m+1} I_m^2 U_2 e^{-i\omega t}, \quad (6.61)$$

$$F_2^{(2)} = -2\pi a^2 \int_{\pi/2}^{\pi} p(a, \vartheta, t) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = -F_1^{(2)}.$$

Ряды, входящие в выражения для сил, относятся к бесконечным, поэтому необходимо убедиться в их сходимости. Из (6.57) можно заключить, что $P_m(0) < 1$, и для интеграла I_m справедлива оценка $|I_m| < 1/m^2$. Поэтому в суммах (6.61) каждый член не больше, чем $1/m^4$, и ряд является быстросходящимся. Подстановка значений интегралов I_m в (6.61) дает выражения для сил $F_1^{(2)}$ и $F_2^{(2)}$:

$$F_1^{(2)} = i\omega \frac{\pi \rho a^3}{2} \left(1 + \frac{5}{3 \cdot 16} + \frac{9}{5 \cdot 48 \cdot 12} + \dots \right) U_2 e^{-i\omega t}, \quad (6.62)$$

$$F_2^{(2)} = -F_1^{(2)}.$$

Зависимости сил $F_i^{(j)}$ от частоты и скорости оболочек (6.55), (6.62) показывают, что в первом приближении жидкость сопротивляется пульсирующим жестким полусферам как присоединенная масса. Учитывая, что силы, действующие на оболочки, есть суперпозиция сил в рассмотренных двух случаях, и возвращаясь к выражениям для скоростей оболочек по (6.53), получим явную зависимость сил и вид матрицы присоединенных масс:

$$F_1 = F_1^{(1)} + F_1^{(2)} = -m_{11} \ddot{X}_1 + m_{12} \ddot{X}_2,$$

$$F_2 = F_2^{(1)} + F_2^{(2)} = m_{21} \ddot{X}_1 - m_{22} \ddot{X}_2, \quad (6.63)$$

$$m_{11} = m_{22} = 0,444\rho\pi a^3, \quad m_{12} = m_{21} = 0,11\rho\pi a^3,$$

где F_1 и F_2 – силы, действующие на верхнюю и нижнюю оболочки излучателя со стороны жидкости, m_{ij} – элементы матрицы присоединенных масс.

Кроме рассмотренных инерционных сил на полусферы действует также сила, связанная с изменением давления газа внутри оболочек при их относительном смещении:

$$F_1 = -\gamma \frac{3\pi a}{4} p_0 (X_1 - X_2) = -K(X_1 - X_2), \quad (6.64)$$

$$F_2 = -F_1, \quad K = -\gamma \frac{3\pi a}{4} p_0.$$

Относительно пригруза (см. рис. 6.8), то в первом приближении можно считать, что при колебательном режиме на него действует сила со стороны жидкости, эквивалентная присоединенной массе, и характеризовать его общей массой $M + M'$.

Учитывая полученные зависимости сил, действующих на основные элементы вибратора, можно записать уравнения, описывающие его динамику, обозначения приняты по математической модели на рис. 6.8:

$$\begin{cases} (m_1 + m_{11})\ddot{X}_1 = m_{12}\ddot{X}_2 - K(X_1 - X_2) - k_2X_1 - k_1(X_1 - X_3), \\ (m_2 + m_{22})\ddot{X}_2 = m_{12}\ddot{X}_1 + K(X_1 - X_2), \\ (M + M')\ddot{X}_3 = k_1(X_1 - X_3), \end{cases} \quad (6.65)$$

где m_{11} , m_{22} , m_{12} , M' – присоединенные массы по (6.63), $K = \gamma p_0 3\pi a/4$ – жесткость газового объема по (6.64), k_1 – жесткость подвески пригруза, k_2 – жесткость подвески вибратора.

Выражение (6.65) является системой линейных дифференциальных уравнений второго порядка с правой нулевой частью и постоянными коэффициентами. Поэтому решение можно представить в виде суперпозиции гармоник, а для определения частот записать

$$X_i(t) = \sum_j B_{ij} e^{i\omega t},$$

$$\begin{vmatrix} -(m_{11} + m_1)\omega^2 + K + k_1 + k_2, & m_{12}\omega^2 - K, & -k_1 \\ m_{12}\omega^2 - K, & -(m_2 + m_{22})\omega^2 + K, & 0, \\ -k_1, & 0, & -(M + M')\omega^2 + k_1 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.66)$$

Равенство этого детерминанта нулю дает уравнение третьей степени на квадрат частоты. Прежде чем исследовать его общее решение, рассмотрим частные случаи, представляющие интерес.

Свободная подвеска обеих оболочек излучателя. В этом случае все упругие связи подвески предполагаются равными нулю ($k_1 = 0$, $k_2 = 0$) и частота собственных колебаний излучателя определяется жесткостью газового объема и инерцией окружающей жидкости и его оболочек. Характеристическое уравнение имеет вид

$$[-(m_1 + m_{11})\omega^2 + K] [-(m_2 + m_{11})\omega^2 + K] - (m_{12}\omega^2 - K)^2 = 0. \quad (6.67)$$

При равных массах оболочек излучателя выражение для частоты колебаний определяется жесткостью газового объема и величиной движущихся масс:

$$\omega^2 = \frac{2K}{m_1 + m_{11} + m_{12}}. \quad (6.68)$$

Если выталкивающая сила, действующая на излучатель, уравновешена весом его оболочек, т. е. $m_1 = m_2 = 2\pi a^3/3$, то, подставляя значения присоединенных масс из (6.63) и жесткости газа из (6.64), получим для частоты

$$\omega^2 = 1.23 \frac{\gamma p_0}{\rho a^2}, \quad (6.69)$$

где p_0 – давление газа, a – радиус излучателя, ρ – плотность жидкости.

Неподвижность одной оболочки излучателя. При неподвижной верхней полусфере и свободной нижней координате $x_1 = x_3 = 0$. Из системы уравнений (6.65) определяется значение резонансной частоты для этого случая:

$$\omega^2 = \frac{K}{m_2 + m_{22}}. \quad (6.70)$$

Подстановка значений параметров дает для резонансной частоты колебаний в случае уравновешивания выталкивающей силы нижней оболочки ее весом

$$\omega^2 = 0.68 \frac{\gamma p_0}{\rho a^2}. \quad (6.71)$$

Полученные значения частот собственных колебаний для рассмотренных случаев необходимо сравнить с частотой колебаний сферы по радиусу. При учете массы оболочки, необходимой для компенсации выталкивающей силы ($4\pi a^3 \rho / 3$), это значение несколько меньше, чем (6.36):

$$\omega^2 = \frac{12\gamma \pi a p_0}{\left(4\pi a^3 + \frac{4}{3}\pi a^3\right)\rho} = 2.25 \frac{\gamma p_0}{\rho a^2}. \quad (6.72)$$

Сравнение показывает, что при свободной подвеске жестких оболочек излучателя частота ниже в $\sqrt{2.25/1.23} = 1.35$, чем в случае колебаний сферы по радиусу. При жестком креплении одной оболочки это уменьшение еще значительнее ($\sqrt{2.25/0.68} = 1.82$). В обоих случаях снижение резонансной частоты определяется значительным уменьшением жесткости газового объема при одномерной деформации излучателя по сравнению с симметричной трехмерной.

Снижение частоты собственных колебаний газового объема с жесткими оболочками очень существенно, так как позволяет эффективно использовать для излучения низкочастотных упругих волн излучатели меньших геометрических размеров. Наибольший интерес представляет случай жесткого крепления одной оболочки, дающий максимальное снижение резонансной частоты.

Без использования якорей для крепления морских сейсмических вибраторов обеспечить жесткую подвеску одной из оболочек излучателя не представляется возможным. Это связано с тем, что при значительной глубине погружения вибратора (100–200 м) трудно обеспечить высокую жесткость общей (обычно тросовой) подвески. В море всегда имеет место волнение, что приводит к подергиванию кабель-троса. Кроме того, наличие постоянного течения вызывает колебания всей системы в пространстве. Интенсивность колебаний и их форма определяются числом Рейнольдса. Именно поэтому в качестве общего случая решения характеристического уравнения (6.66) рассмотрим предел нулевой жесткости внешней подвески. В этом случае характеристическое уравнение имеет два корня:

$$M(M_1M_2 - m_{12}^2)\omega^4 - [M(M_1 + M_2 - 2m_{12})K + (M_1M_2 + MM_2 - m_{12}^2)k_1]\omega^2 + (M + M_1 + M_2 - 2m_{12})Kk_1 = 0,$$

$$\omega_{12}^2 = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad (6.73)$$

$$M_1 = m_1 + m_{11}, \quad M_2 = m_2 + m_{11}, \quad M = M + M', \quad A = M(M_1M_2 - m_{12}^2),$$

$$B = M(M_1 + M_2 - 2m_{12})K + (M_1M_2 + MM_2 - m_{12}^2)k_1,$$

$$C = (M + M_1 + M_2 - 2m_{12})Kk_1.$$

Решение (6.73) дает в явном виде зависимость частоты колебаний от входящих в задачу параметров. При изменении жесткости крепления груза k_1 выделяются две ветви монотонно возрастающей функции $\omega^2(k_1)$, соответствующие двум модам колебаний (рис. 6.9). При этом все значения функций $\omega_2^2(k_1)$ превосходят значения $\omega_1^2(k_1)$ и выполняется неравенство

$$\omega_1^2(k_1) < \omega_1^2(\infty) < \omega_2^2(0) < \omega_2^2(k_1). \quad (6.74)$$

Из вида функции $\omega_1^2(k_1)$ следует, что путем уменьшения жесткости подвески пригруза можно уменьшить одну из резонансных частот системы до любого требуемого значения. Однако реализация низкочастотной части этой моды колебаний в реальной конструкции вибратора затруднена тем, что она характеризуется значительным превышением амплитуды колебаний пригруза над амплитудой относительного смещения оболочек излучателя. Это ограничивает возможности получения большой амплитуды изменения объема и увеличения сейсмической мощности излучателя.

Эффективная раскачка излучателя возможна в двух случаях: при реализации первой моды и большой жесткости подвески $k_1 \rightarrow \infty$, частота колебаний $\omega_1(\infty)$, и при реализации второй моды и малой жесткости подвески $k_1 \rightarrow 0$, частота колебаний $\omega_2(0)$. В этих случаях исключается взаимодействие между модами из-за предельно возможного отношения частот. Представляет интерес случай меньшей частоты $\omega_1(\infty)$, которая дается выражением

$$\omega_2 = \frac{M + M_1 + M_2 - 2m_{12}}{M_1M_2 + MM_2 - m_{12}^2} K, \quad (6.75)$$

где M_i, m_{ij} – величины масс по (6.68) и (6.58), K – жесткость газового объема по (6.65).

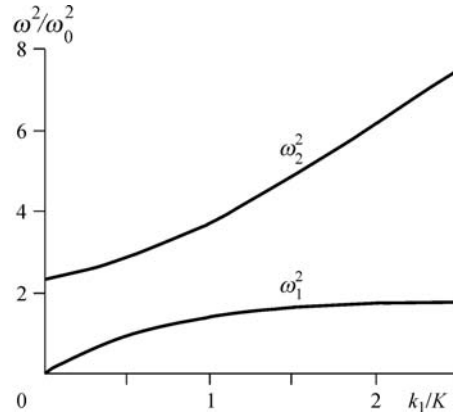


Рис. 6.9. Резонансные частоты двух мод колебаний

Выражение (6.75) определяет значение частоты колебаний мягкоподвешенного вибратора при жесткой связи верхней полусферы с пригрузом. При увеличении массы пригруза $\omega^2 \rightarrow K/M^2$, т. е. к величине (6.70) (случай неподвижной верхней полусферы), и определяет предельно низкую резонансную частоту газового объема. Это подтверждается тем, что производная от квадрата частоты по параметру M всегда отрицательна:

$$\frac{d\omega^2}{dM} = -\frac{(m_{12} - M_2)^2}{(M_1 M_2 + M M_2 - m_{12}^2)^2} \leq 0. \quad (6.76)$$

Для крупномасштабных морских вибраторов возможности увеличения массы пригруза могут быть ограничены как технологией изготовления, так и грузоподъемностью механизмов. Поэтому для вибратора конечной суммарной массы M_Σ необходимо такое распределение масс между оболочками, которое дает наименьшую резонансную частоту. Минимум частоты (6.75) по параметру m_2 (масса нижней оболочки) при постоянстве общей массы вибратора определяется из условий

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 + M &= M_\Sigma, \\ \frac{d\omega^2}{dm_2} &= \frac{d}{dm_2} \left[\frac{(M_\Sigma + M' + 2m_{11} - 2m_{12})}{(m_2 + m_{11})(M_\Sigma - m_2 + M' + m_{11}) - m_{12}^2} \right] = 0, \\ \frac{d^2\omega^2}{dm_2^2} &> 0 \end{aligned} \quad (6.77)$$

и задается выражением

$$\omega^2 = \frac{M_\Sigma + M' + 2m_{11} - 2m_{12}}{\left(\frac{M_\Sigma + M'}{2} + m_{11}\right)^2 - m_{12}^2} K, \quad m_2 = \frac{M_\Sigma + M'}{2}, \quad (6.78)$$

где M_Σ – суммарная масса вибратора, m_{11} , m_{12} , M' – присоединенные массы жидкости.

Если вибратор имеет минимально возможный вес, необходимый для компенсации выталкивающей силы, то в пренебрежении присоединенной массой пригруза значение частоты по (6.78) совпадает с рассмотренным выше случаем свободной подвески оболочек (6.68).

Характерная частота ω_0 , на которой вибратор с одномерным движением оболочек обеспечивает наиболее эффективное излучение, определяется, как и ранее, путем подстановки в выражение для жесткости газового объема (6.64) давления на глубине, равной четверти длины излучаемой волны. Для вибратора минимально возможного веса с равными массами оболочек зависимость характерной частоты от радиуса излучателя имеет вид

$$\omega_0 = \sqrt[3]{0.615 \frac{\pi \gamma g c}{a^2}}, \quad (6.79)$$

где γ – показатель адиабаты, g – ускорение силы тяжести, c – скорость звука в жидкости, a – радиус излучателя.

Значения характерной частоты, радиуса газового объема и удельных мощностей для вибратора с одномерным движением оболочек излучателя приведены выше в табл. 6.2. Из нее видно, что радиус таких излучателей почти вдвое меньше, чем в случае трехмерных пульсаций сферического газового объема (6.47) при одинаковых частотах колебаний. Дальнейшее снижение резонансной частоты вибратора может быть сделано путем увеличения размера газового объема в направлении колебаний, т. е. при использовании цилиндрических излучателей (см. рис. 6.7, а). При этом жесткость газового объема уменьшается пропорционально $\gamma p_0 a^2 / L$ (где a – радиус цилиндрического излучателя, L – его длина), масса оболочек растет пропорционально массе вытесненной жидкости $\rho a^2 L$, а присоединенные массы жидкости имеют прежние характерные величины ρa^3 .

В приведенных выше расчетах резонансных частот величина жесткости внешней тросовой подвески была выбрана равной нулю. Конечность этой величины можно учесть для нахождения поправки к расчетной частоте (6.78) при жесткой подвеске пригруза к верхней оболочке. Равенство нулю детерминанта системы (6.66) при $k_1 \rightarrow \infty$ дает биквадратное характеристическое уравнение для частоты

$$[M_2(M_1 + M) - m_{12}^2] \omega^4 - [(M + M_1 + M_2 - 2m_{12})K + M_2 k_2] \omega^2 + K k_2 = 0, \quad (6.80)$$

$$\omega_{12}^2 = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (6.81)$$

где $a = M_2(M_1 + M) - m_{12}^2$, $b = (M + M_1 + M_2 - 2m_{12})K + M_2 k_2$, $c = K k_2$.

Разложение (6.81) в ряд по k_2 дает следующее выражение для частоты колебаний с учетом малой, но конечной жесткости подвески:

$$\omega^2 = \frac{M + M_1 + M_2 - 2m_{12}}{M_1 M_2 + M M_2 - m_{12}^2} K \left(1 + \frac{k_2}{K} \frac{(M_2 - m_{12})^2}{(M + M_1 + M_2 - 2m_{12})^2} \right). \quad (6.82)$$

Величина характерной частоты ω_0 с учетом поправки на конечную жесткость k_2 получается, как и в (6.78), (6.79), подстановкой жесткости газового объема K в зависимости от ω_0 . Определение резонансной частоты колебаний вибратора с газонаполненным излучателем в жесткой оболочке, а также его характерной частоты позволяет рассчитать остальные динамические характеристики, к которым, по (6.51), относятся диаграмма направленности, сейсмическая мощность и др.

Зависимость жесткости газового объема излучателя и, как следствие, его резонансной частоты колебаний от двух параметров – давления и объема газа в нем – определяют два возможных способа регулирования частотных характеристик морского источников.

Первый способ – изменение давления газа путем погружения вибратора на различную глубину – рассмотрен выше для излучателя с характерной частотой ω_0 .

Второй способ – изменение объема газа в излучателе – конструктивно наиболее просто может быть реализован не путем изменения радиуса излучателя, а частичным заполнением его окружающей жидкостью. На рис. 6.10, а показана расчетная схема резонансного вибратора с частично заполненным водой излучателем.

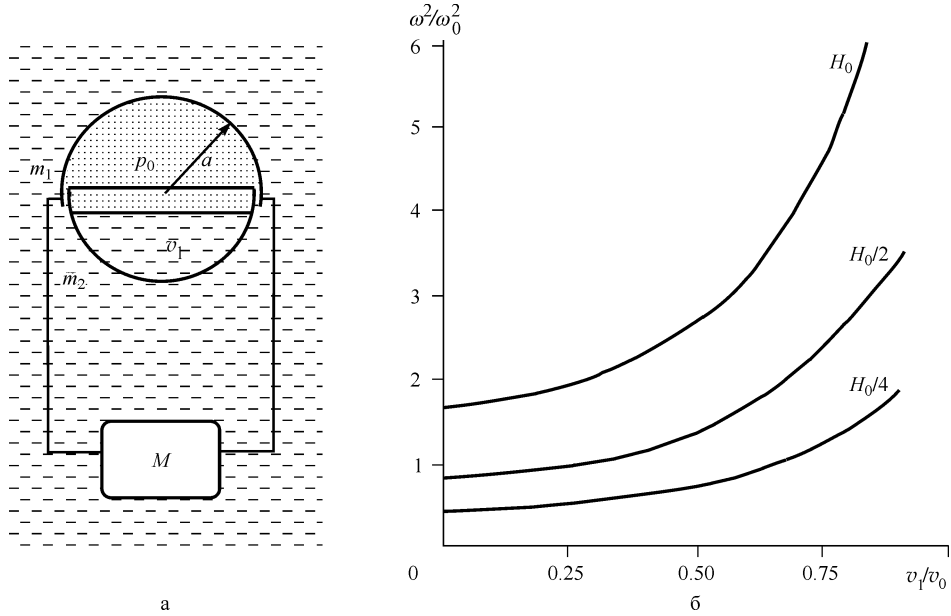


Рис. 6.10. Механическая схема источника с излучателем изменяемой жесткости (а) и зависимость резонансной частоты от объема жидкости в нем (б)

Заполнение излучателя жидкостью изменяет два параметра источника – жесткость газового объема при одномерном смещении оболочек и массу нижней оболочки излучателя. Их зависимости от объема жидкости в излучателе имеют, по (6.64), следующий вид:

$$K = \gamma p_0 S/V = \gamma(\rho gH + p_a)(\pi a^2)^2 / \left(\frac{4}{3}\pi a^3 - V_1 \right), \quad (6.83)$$

$$\Delta m_2 = \rho V_1,$$

где a – радиус излучателя, V_1 – объем жидкости в излучателе, ρ – плотность жидкости, H – глубина погружения, p_a – атмосферное давление.

Для вибратора с массой оболочек, равной весу вытесненной жидкости, зависимость резонансной частоты от объема жидкости в излучателе определяется из (6.75) с условиями (6.83):

$$\omega^2 = \frac{M + M_1 + M_2 - 2m_{12} + \rho V_1}{(M + M_1)(M_2 + \rho V_1) - m_{12}^2} \gamma \pi^2 a^4 \frac{\rho gH + p_a}{\frac{4}{3}\pi a^3 - V_1}. \quad (6.84)$$

На рис. 6.10, б дан график зависимости $\omega^2(V_1)$ при работе вибратора на различных глубинах. Следует отметить, что способ управления резонансной частотой вибратора путем заполнения излучателя жидкостью наиболее приемлем с точки зрения удобства эксплуатации, так как не требует перемещения вибратора по глубине и изменения длины подводящих энергетических магистралей.

Кроме частотных характеристик для реальной конструкции вибратора важно знать распределение давления по поверхности сферического излучателя, которое определяет требования к прочности жестких оболочек, образующих излучатель, и требования к уплотнениям между движущимися относительно друг друга оболочками.

Выражение для давления жидкости на излучатель в зависимости от полярного угла ϑ получено выше. Оно определяется амплитудой перемещения оболочек и частотой колебаний по (6.55), (6.61).

Разность давлений жидкости снаружи излучателя и газа внутри него по (6.59) в зависимости от угла ϑ дается выражением

$$\Delta p = -\omega^2 \frac{\rho a}{4} \cos \vartheta (X_1 + X_2) + \left[\gamma \frac{3p_0}{4a} - m\omega^2 \frac{\rho a}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3 \cdot 8 \cdot 4} (3 \cos 2\vartheta + 1) + \dots \right) \right] (X_1 - X_2) \quad (6.85)$$

и зависит также от частоты, амплитуды и моды колебаний. Для вибратора с равной массой оболочек $X_1 = -X_2$ и для разности давлений справедливо выражение

$$\Delta p = p_{\text{газ}} \left[1 - \frac{2\omega^2 \rho a^2}{3\gamma p_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3 \cdot 8 \cdot 4} (3 \cos 2\vartheta + 1) + \dots \right) \right], \quad (6.86)$$

$$\Delta p|_{\vartheta=\pi/2} = 0.675 p_{\text{газ}}.$$

Оценка перепада давления (6.81) показывает, что его величина в точке контакта полусфер составляет приблизительно 0.7 амплитуды колебаний давления в газовом объеме. Это определяет требования к уплотнениям между оболочками излучателя. Для вибраторов, работающих на глубине 100–200 м, с относительным изменением объема 0.1 амплитуда давления газа в излучателе составляет ~1.5–3 атм. Поэтому уплотнения между оболочками должно быть рассчитано на работу при перепаде давления единицы атмосфер, что представляет технически решаемую задачу.

Газонаполненный излучатель является основной силовой системой резонансного вибратора, работающего в жидкости, которая осуществляет рекуперацию реактивной мощности при излучении низкочастотных сигналов. Рассмотренные в настоящей главе энергетические и резонансные характеристики вибратора с излучателем в виде жестких оболочек наиболее существенны при разработке резонансных морских источников для глубинного зондирования земной коры и мантии и глобальной томографии Земли, так как в первую очередь определяют масштабы установок.