

## Глава 4

### **Основы теории многодисциплинарного и вибросейсмического мониторинга. Концепция очаговой и поверхностной дилатансных зон**

Использование при прогнозе землетрясений предвестников разной геофизической природы вызвано стремлением уменьшить вероятность пропуска крупных сейсмических событий. Перед такими землетрясениями за несколько лет возникают аномалии ряда геофизических полей: поля деформаций земной коры, поля сейсмичности, электрической проводимости и др. Зоны проявления таких аномалий мигрируют во времени на территории с радиусом 200–300 км от эпицентра будущего землетрясения. Закономерности миграции аномальных зон различной геофизической природы и их взаимосвязь, по-видимому, отражают эволюцию поля сеймотектонических напряжений и содержат ценную информацию о подготовке очагов землетрясений. Эта многодисциплинарная информация, имеющая сейчас форму компьютерных баз данных, за последние 30 лет собрана в ряде стран (Китай, Япония, США, Греция, Турция, Россия и т. д.). В Китае она имеется для 100 крупных землетрясений по достаточно плотной сети наблюдений.

Накопленные сведения используются для исследования проблем прогноза землетрясений путем анализа статистических закономерностей повторяемости пространственных и временных характеристик геофизических аномалий разного типа на различных этапах подготовки землетрясений. Китайские геофизики осуществили ряд успешных прогнозов землетрясений с помощью синтезированных информационного индексов изменения типов поведения аномалий на средне- и краткосрочной стадиях подготовки ранее состоявшихся землетрясений [285, 306, 280].

Однако использование многодисциплинарной концепции прогноза вместе с наметившимися успехами поставило и новые принципиальные вопросы. Они состоят в определении механизма взаимосвязи процессов сейсмичности с вариациями различных геофизических полей и с источниками аномалий этих полей. Как отмечают китайские специалисты [306, 280], большое число аномалий-предвестников противоречат друг другу, даже если наблюдения относятся к той же самой тектонической области и к той же самой точке наблюдения. У исследователей возникают естественные вопросы: “какой теорией нужно пользоваться, чтобы получить приемлемое объяснение этому феномену?” и “какой метод принятия решений о прогнозе можно сейчас предложить взамен метода простого голосования на основе большого числа предвестников разной физической природы?” [306, 280].

Такие вопросы имеют общие корни с вопросами для многопараметрических моделей и многодисциплинарных методов исследования сложных систем, когда речь идет о выборе критериев разделения на физические типы возможных вариантов поведения этих систем.

Сложность процесса сейсмичности в целом и процессов подготовки отдельных землетрясений порождают как принципиальные вопросы о физико-механической природе этих процессов, так и количественные вопросы корректного их описания в условиях многомерности, междисциплинарности и многопараметричности содержательных математических моделей.

Междисциплинарность подходов уже в течение 30–40 лет стала важным принципом разработки алгоритмов долго- и краткосрочного прогноза. Значительная часть результатов этих исследований отражена в работах В. И. Кейлиса–Борока и его учеников [92] (1964–2001 гг.).

Тенденция к развитию междисциплинарных методов прогноза землетрясений в последние годы усиливается и приобретает существенные масштабы в связи с созданием цифровых сетей комплексного мониторинга предвестников различной геофизической природы.

Ниже развивается физико-математическая модель интегрального предвестника, предложенная в виде теоретической схемы ранее в [214, 222]. Эта модель, по-видимому, способна снизить остроту противоречий, возникающих при использовании междисциплинарных предвестников.

Речь идет о синтезированном с помощью численного метода искусственном (непосредственно не измеряемом, но периодически вычисляемом в ходе геофизического мониторинга) предвестнике с использованием междисциплинарных количественных данных об измеряемых полях-предвестниках. Этот интегральный параметр определяется на основе решения совмещенных обратных задач для соответствующих геофизических полей (поля смещений и деформации поверхности Земли, поля электропроводности, аномалий гравитационного поля, уровня грунтовых вод и т. д.). Как показано в [214], точность определения интегрального параметра-предвестника может превышать точность определения других характеристик среды на основе индивидуальных геофизических методов.

Одним из основных достоинств такого предвестника должно быть его интегрирующее содержание, свободное от рассогласования показаний предвестников разной физической природы.

У исследователей имеется некоторая свобода выбора физической величины, отображающей вариации интегрального предвестника во времени. Необходимы два основных условия: во-первых, эта величина должна количественно отражать стадию и меру подготовки очага к разрушению и, во-вторых, она должна определять пространственно-временные вариации различных геофизических полей-предвестников.

В качестве интегрального предвестника мы предлагаем использовать пространственно-временную функцию плотности числа трещин в области готовящегося очага и в зонах аномальных геофизических полей на поверхности Земли.

Такое предложение основывается на:

- результатах кинетической теории разрушения, развитой С. Н. Журковым [84] со своими сотрудниками [85];
- экспериментальных и теоретических исследованиях процессов подготовки землетрясений, выполненных сотрудниками Института физики Земли РАН

им. О. Ю. Шмидта: В. И. Мячкиным, Б. В. Костровым, Г. А. Соболевым, О. Г. Шаминой [129, 130];

- представленных ниже результатах численного анализа “очаговых” и “поверхностных” зон дилатансии.

Приведем основные факты, относящиеся к механическим свойствам интегрального предвестника. Они включают обнаруженное в результате вычислительных экспериментов явление образования “пограничного слоя дилатансии” – разуплотнения протяженных зон верхней части земной коры под действием касательных и растягивающих тектонических напряжений вблизи свободной от напряжений дневной поверхности; схему вибросейсмического просвечивания дилатантных зон “очагового” и “пограничного” типов с целью повышения надежности определения интегрального предвестника; структуру модели предвестника и способ оценки функции плотности числа трещин на основе междисциплинарных данных.

#### 4.1. Основные свойства интегрального предвестника

Землетрясения реализуются через разрушение горных пород, начиная с разрушения пород в очаговой зоне. Поэтому для прогноза землетрясений первостепенное значение имеет изучение процессов подготовки разрушения и их мониторинга. В результате изучения процессов разрушения образцов различных материалов в лабораторных условиях, а также крупномасштабных природных объектов, в том числе блоков земной коры при землетрясениях, в настоящее время выявлены общие закономерности процесса разрушения.

Наиболее общим принципом является поэтапный характер развития этого процесса во времени. В работах С. Н. Журкова и его коллег из Физико-технического института АН СССР [84, 85] установлен ряд кинетических законов и представлений о разрушении, которые близки к представлениям сотрудников Института физики Земли РАН о схеме разрушения крупномасштабных объектов земной коры при землетрясениях. В работе Г. А. Соболева [175] сформулированы три закономерности, имеющие “ключевое значение для проблем поиска предвестников и прогноза землетрясений”:

- Представление о развитии системы трещин в области подготовки очага землетрясений в результате роста объемной плотности числа микротрещин через стадии укрупнения размеров трещин и уменьшения их числа до образования магистральных разрывов.
- Закономерность ступенчатого перехода размеров трещин от мелких к более крупным при достижении мелкими трещинами некоторого критического числа соответственно концентрационному критерию С. Н. Журкова [84]

$$K^* = \frac{N^{-1/3}}{L}, \quad (4.1)$$

где  $N$  – число трещин размера  $L$ ;  $K^*$  – критическое среднее расстояние между трещинами в единицах средней длины трещин;  $N^{-1/3}$  – объемная концентрация трещин.

При уменьшении среднего расстояния между трещинами ниже критического происходит резкая перестройка всей системы с увеличением средних размеров трещин в некоторой геометрической пропорции и уменьшением средней объемной концентрации. При этом трещины приобретают тенденцию локализоваться в области будущего макроразрыва. Отмеченные закономерности универсальны для любого масштабного уровня и любого режима нагружения.

- Перестройка системы трещин проявляется в изменении некоторых характеристик среды в созревающем очаге, а также в образовании аномалий ряда геофизических полей. В частности, концентрация процесса трещинообразования может выражаться в пространственно-временном изменении режима сейсмичности для слабых землетрясений, в изменении механизма очагов предшествующих микроземлетрясений, в появлении анизотропии свойств пород в будущем очаге. Последнее наиболее четко проявляется в образовании аномалий величин скоростей распространения продольных и поперечных сейсмических волн перед крупными землетрясениями [133].

Некоторые геофизические поля могут испытывать влияние процессов раскрытия микротрещин. В частности, естественно предполагать увеличение газовой и флюидной проницаемости областей земной коры, в которых происходит этот процесс. Поэтому может измениться уровень грунтовых вод, интенсивность газовых потоков, электрическое сопротивление. Разуплотнение пород за счет увеличения суммарного объема трещин должно вызвать также аномалии гравитационного поля там, где поле локальных тектонических напряжений вызывает активизацию процесса трещинообразования.

Анализ поля напряжений в районах подготовки землетрясений [286, 304] и результаты численного моделирования условий возникновения зон “дилатансии”, приведенные ниже, позволяют допускать возможность образования трещин некоторого масштабного уровня на расстояниях 200–300 км от очага будущего землетрясения.

Таким образом, выбор функции плотности трещин в качестве меры подготовки разрушения имеет ряд достоинств благодаря участию этой функции в формулировке всех трех основных закономерностей. К этим достоинствам добавляется повышенная надежность и точность определения функции плотности трещин из междисциплинарных данных благодаря присутствию последней в количественных моделях аномальных геофизических полей разной природы (принцип дополненности [215]).

В результате взаимодействия региональных и локальных тектонических сил в сейсмоактивных зонах могут возникать области высокой концентрации напряжений. В какой-либо из этих областей спустя какое-то время произойдет разрушение среды, вызывающее землетрясение.

Хотя процесс подготовки землетрясений и растянут во времени на несколько лет, тем не менее он энергонасыщен. Происходят крупные реологические изменения в среде и формируются аномальные зоны геофизических полей разной природы. Наиболее универсальным механизмом развития изменений является раскрытие трещин в зонах повышенных значений сдвиговых и растягивающих напряжений. Такие зоны образуются в окрестности очагов будущих землетрясений, если здесь неравномерно в пространстве распределены силы. Начальную стадию раскрытия трещин и последующее состояние среды, при котором развиваются процессы разрушения, большинство сейсмологов связывают с состоянием дилатансии среды, описанным в [235, 138].

*Дилатансия* – это нелинейное разуплотнение среды за счет образования трещин сдвига вследствие превышения наибольших касательных напряжений некоторого порога. К области дилатансии относят множество точек упругой среды, для которых при заданном поле напряжений  $\{\sigma_{ij}\}$  в среде выполнено условие

$$D_{\tau} \equiv \tau - \alpha(P + \rho gz) - Y \geq 0, \quad (4.2)$$

где  $\rho$  – плотность породы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $z$  – глубина точки;  $P$  – гидродинамическое давление, определяемое формулой

$$P = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}), \quad (4.3)$$

$\alpha$  – коэффициент внутреннего трения;  $Y$  – сцепление породы;  $\tau$  – интенсивность касательных напряжений:

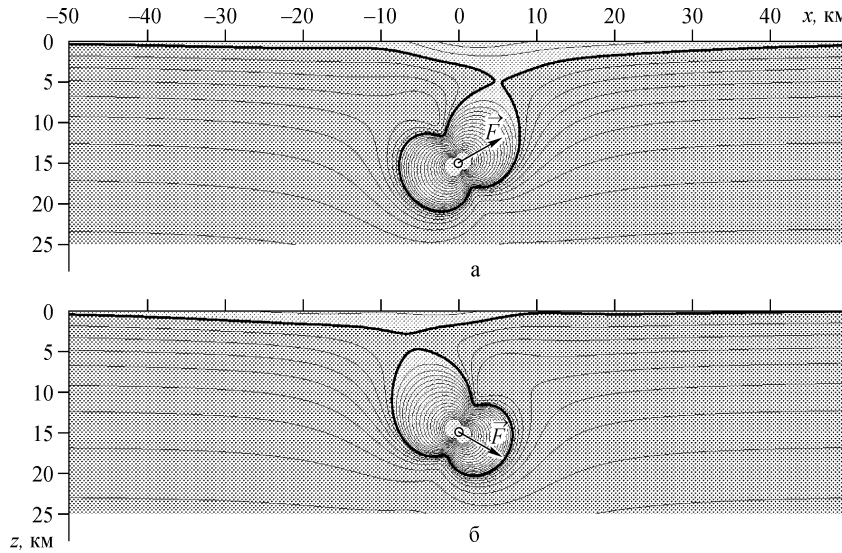
$$\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.4)$$

Условие (4.2) совпадает с критерием Шлейхера–Надаи разрушения материала под действием скальвующих нагрузок. Критерий Шлейхера–Надаи удовлетворительно описывает начало процесса разрушения горных пород. Он применим и в стадии “предразрушения” (при нагрузке до 60–90% от критической) для качественного описания формы областей активизации раскрытия трещин.

На примере простейшей модели земной коры – первоначально однородного, изотропно-упругого полупространства – покажем сложный характер зон дилатансии. Эта сложность проявляется даже в случаях, когда источником тектонических напряжений служит единичная сосредоточенная сила.

Для моделирования поля напряжений в упругом полупространстве были использованы точные решения для упругих смещений и напряжений от точечного источника, удовлетворяющие условиям отсутствия напряжений на границе  $z = 0$  [219].

На рис. 4.1 изображена граница области  $D_{\tau} = 0$  из формулы (4.2) для источника – одна простая сила на глубине 15 км. Параметры упругого полупространства здесь выбраны следующими:



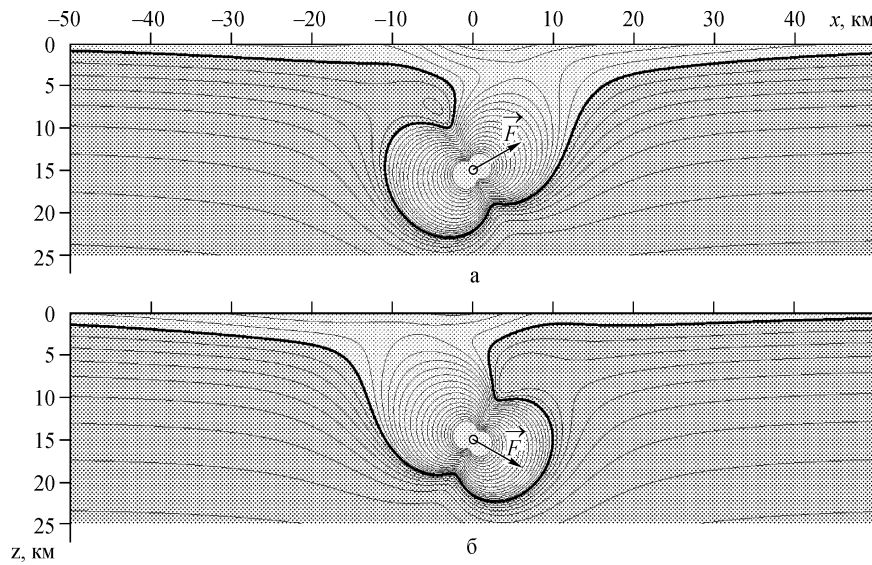
**Рис. 4.1.** Формы очаговой и поверхностной зон дилатансии в сечении  $y = 0$  (источник на глубине 15 км, сила  $\vec{F} = F\vec{n}$ ,  $F = 5 \cdot 10^{16}$  Н,  $\vec{n} = (\cos \vartheta, 0, \sin \vartheta)$ ): а –  $\vartheta = 30^\circ$ ; б –  $\vartheta = -30^\circ$

$$v_P = 6000 \text{ м/с}, \quad v_S = v_P/\sqrt{3}, \quad \lambda = \mu = \rho v_S^2 = 3,48 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \quad \rho = 2900 \text{ кг/м}^3, \\ g = 9.9 \text{ м/с}^2, \quad Y = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}, \quad \alpha = 0.5, \quad F = 10^{16} \text{ Н}.$$

Внутри области  $D_\tau \geq 0$  касательные напряжения доминируют над сжимающими. Сопротивление среды скалывающим усилиям за счет сцепления здесь преодолено и сложились условия, благоприятные для роста числа трещин. Сами механизмы раскрытия трещин и реологические изменения среды в зоне  $D_\tau \geq 0$  используемыми решениями не описываются. Решения относятся лишь к определению границы перехода упругого состояния в состояние нелинейного разуплотнения с образованием системы трещин.

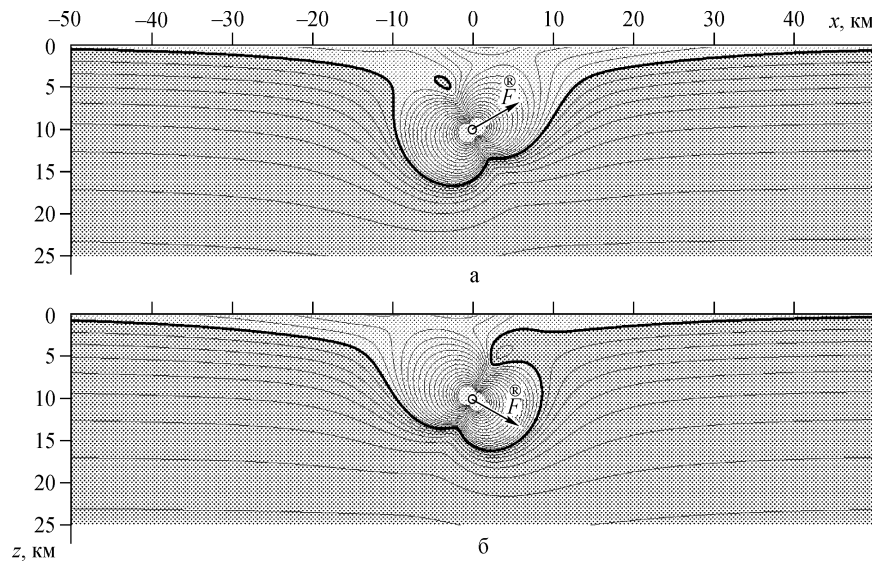
Интересным фактом оказывается образование двух зон дилатансии: очаговой – в окрестности точки приложения силы и пограничной – в слое около свободной поверхности. Здесь поле напряжений от источника может содержать сильный вклад касательных напряжений на фоне слабого влияния сжимающих напряжений и гидростатического давления в связи с близостью поверхности, свободной от внешних напряжений.

В зависимости от параметров  $h$  (глубина источника),  $F$  (интенсивность источника), угла  $\vartheta$  (ориентации силы в источнике), величины  $Y$  (сцепление элементов среды) пограничная зона дилатансии ведет себя довольно изменчиво. Она может исчезать при увеличении глубины источника или соединяться с очаговой зоной – при увеличении интенсивности источника (рис. 4.2–4.4, значения параметров см. на рис. 4.1). В некоторых случаях пограничная зона имеет горизонтальную протяженность 200 км и более, а также весьма сложную форму в проекции на

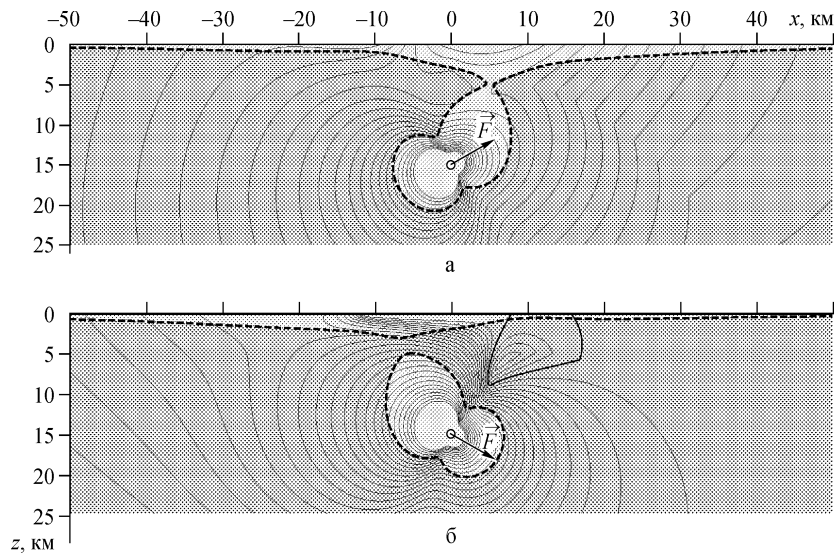


**Рис. 4.2.** Зависимость формы зон дилатансии от величины модуля силы  $F = 5 \cdot 10^{17}$  Н

земную поверхность. Легко убедиться, что при действии нескольких, разнесенных в пространстве источников переменной во времени интенсивности картина перемещения дилатансных зон по поверхности земли может быть сложной.



**Рис. 4.3.** То же от глубины источника,  $h = 10$  км



**Рис. 4.4.** Очаговая и поверхностная зоны дилатансии в поле главных нормальных напряжений  $\sigma_1$

Поскольку с поверхностными зонами дилатансии естественно связывать зоны аномальных значений различных геофизических полей, то для исследования источников этих аномалий требуется возможно более надежно учитывать положение дилатансных зон.

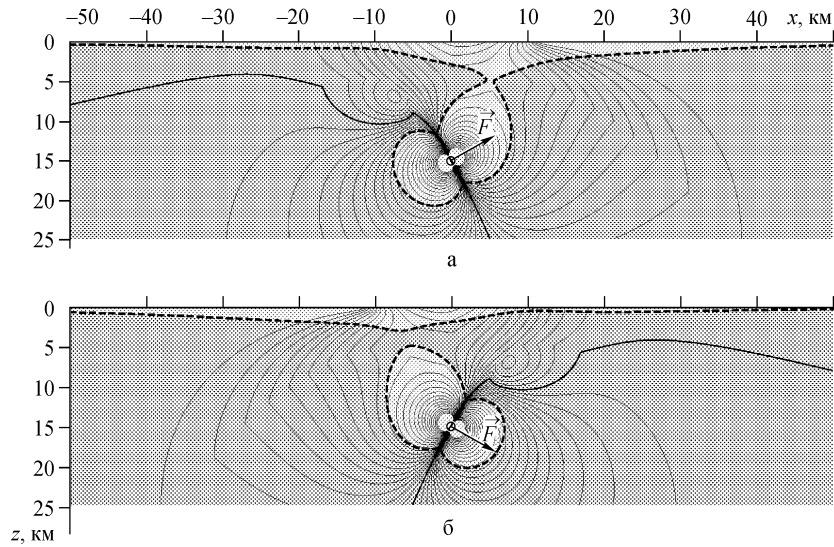
Условие разуплотнения пород земной коры с учетом механизмов образования трещин путем растяжения среды может быть записано в виде нового критерия:

$$0 \leq D_\sigma \equiv \begin{cases} \frac{1}{2}\sigma_1(1 - \sin \varphi) - \frac{1}{2}\sigma_3(1 + \sin \varphi) - Y \cdot \cos \varphi, & \text{если } -\sigma_3 \geq \sigma_p; \\ -\sigma_3 - \sigma_p, & \text{если } -\sigma_3 < \sigma_p, \end{cases} \quad (4.5)$$

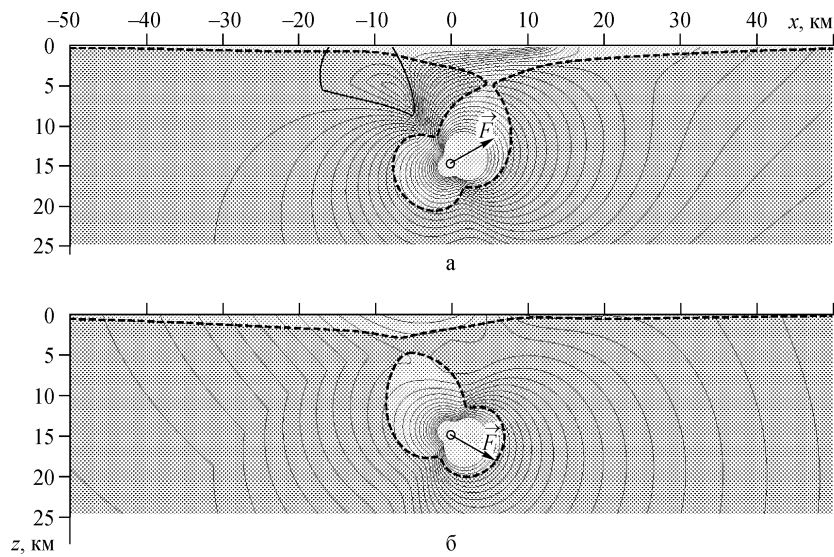
где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  – наибольшее и наименьшее главные напряжения (соответственно);  $\varphi$  – угол внутреннего трения;  $Y$  – сцепление;  $\sigma_p$  – прочность среды при растяжении. Этот критерий определяет зоны дилатансии в условиях, когда среда выдерживает большие скальвающие напряжения, но меньше сопротивляется растягивающим усилиям.

На рис. 4.5 и 4.6 показаны изолинии функций  $D_\tau$  и  $D_\sigma$  для той же среды, что и на рис. 4.1. Значения новых параметров для критерия  $D_\sigma$  таковы: угол трения  $\varphi = 30^\circ$ , предельное сопротивление на растяжение  $\sigma_p = 8 \cdot 10^6$  Па. Все параметры взяты для пород типа гранитов. Можно видеть, что формы областей дилатансии по двум критериям для рассмотренного случая близки. Расчет областей дилатансии для широкого набора реалистичных вариантов строения среды и условий нагружения при использовании двух рассмотренных критериев показывает хорошее совпадение. Принимая во внимание альтернативный характер этих критериев (один учитывает механизм сдвига, другой – механизм растяжения),





**Рис. 4.5.** Очаговая и поверхностная зоны дилатансии в поле главных нормальных напряжений  $\sigma_2$



**Рис. 4.6.** То же в поле главных нормальных напряжений  $\sigma_3$

допустимо предположить, что пограничная зона дилатансии может существовать в широком диапазоне значений параметров среды. Нужно отметить, что существование пограничных зон дилатансии в реальных условиях пока следует считать гипотезой, внесение этой гипотезы в сферу практического анализа

накопленного обширного материала по мониторингу аномалий различных геофизических полей вызвано попыткой найти причины пространственно-временной подвижности этих аномалий и уточнить имеющиеся место механизмы взаимосвязи.

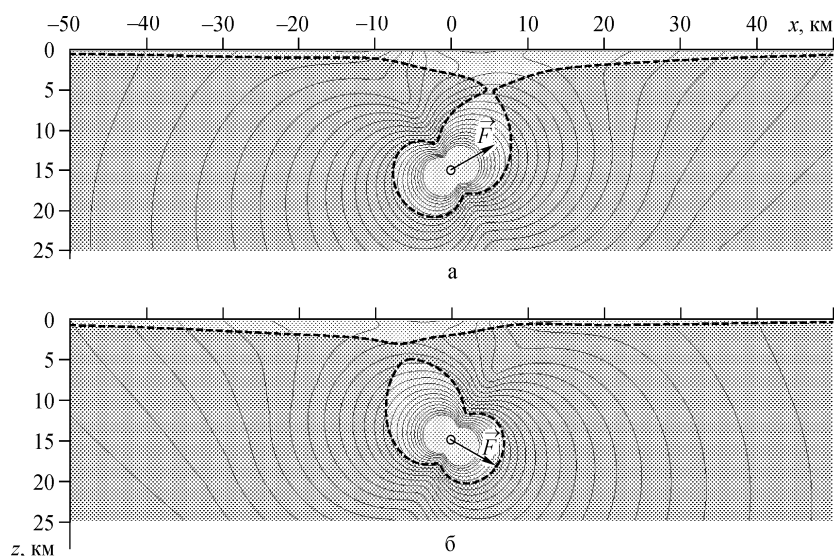
При краткосрочном прогнозе землетрясений особое значение имеет контроль за изменением плотности трещин в очаговой зоне, его опасно отрывать от наблюдений за пограничной зоной дилатансии и связанными с нею аномальными полями. Во-первых, положение будущего очага еще точно не известно, и определение его в сильной степени связано с поведением поверхностных аномальных зон. Во-вторых, надежность и точность оценки функции плотности трещин в очаговой зоне зависят от информации об аномалиях полей в пограничных зонах.

Прежде чем излагать схему оценки интегрального предвестника в очаге на основе многодисциплинарного мониторинга, целесообразно указать на механизм связи процессов образования трещин в очаговой и пограничной областях дилатансии.

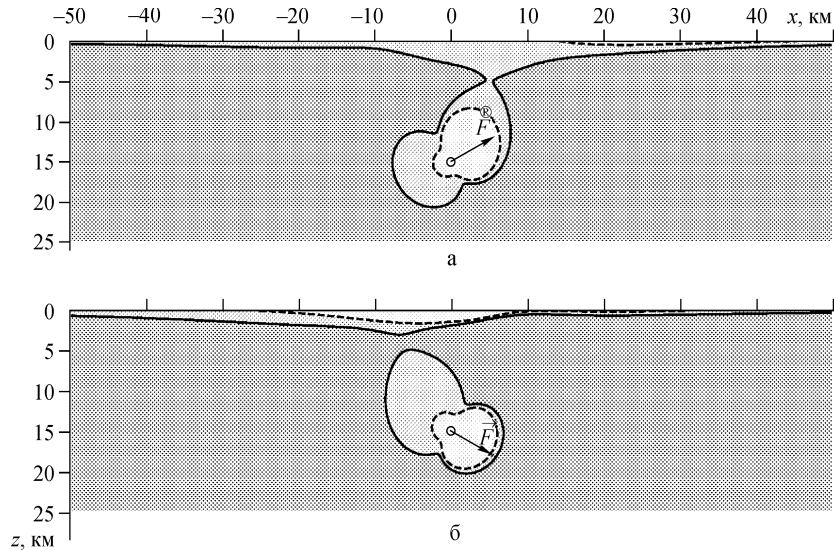
Энергетической средой, в которой осуществляется взаимосвязь очаговой и пограничной зон, является единое поле напряжений, созданное силами в источнике готовящегося землетрясения.

Линии наибольших касательных напряжений (или линии наибольших растягивающих напряжений) дают оценку доминирующей ориентации трещин, возникающих в зонах очагового и пограничного типов (рис. 4.5–4.7).

В тех случаях, когда дилатантные зоны двух типов объединяются в одну, имеется единая область трещиноватости, соединяющая поверхностные зоны аномальных полей с очаговой зоной, развитие процесса разрушения которой может



**Рис. 4.7.** Очаговая и поверхностная зоны дилатансии в поле главных нормальных напряжений  $\tau_2 = (\sigma_3 - \sigma_1)/2$



**Рис. 4.8.** Сравнение зон дилатансии для двух критериев начала образования трещин (разрушение за счет сдвига – сплошная линия, за счет растяжения – штриховая)

напрямую влиять на изменение геофизических аномалий. В случае разделения областей дилатансии очаговая зона может сохранять свое прямое влияние на аномалии некоторых полей (например, на значения скоростей  $v_p$  и  $v_s$ ) через единую область наложенной анизотропии среды. При этом можно ожидать, что в процессе укрупнения трещин коэффициенты анизотропии будут меняться специальным образом из-за сохранения ориентации осей симметрии. Это может упростить задачу оценки среднего числа трещин вибросейсмическим методом высокого разрешения [7, 218–220].

#### 4.2. Многодисциплинарная модель интегрального предвестника и совмещенные обратные задачи мониторинга

Проведенный анализ основных положений о ключевой роли процессов разрушения и закономерностей развития систем трещин на стадиях подготовки землетрясений показывает, что проблема прогноза сейсмических событий должна включать решение задач по определению основных пространственно-временных характеристик процессов развития систем трещин в сеймоопасной зоне. Такие исследования прежде всего необходимо осуществлять в зонах дилатансии, где образуются и развиваются системы трещин.

Принципиальную возможность определения функции плотности числа трещин предоставляют наблюдения над аномалиями геофизических полей. В предыдущем пункте было высказано предположение о взаимосвязи процесса рас-

крытия трещин в зонах дилатансии с механизмами образования аномальных полей. В качественном отношении образование аномалий таких полей, как гравитационное, поле электропроводности, уровня грунтовых вод, газовой и флюидной проницаемости вполне можно объяснить раскрытием трещин. Очевидно, что для получения количественных моделей геофизических полей в трещиноватых средах необходимы специальные исследования [235].

Представление о пограничной зоне дилатансии открывает и количественный подход к определению характеристик трещиноватости (интегрального предвестника) на основе данных об аномалиях геофизических полей.

Введем функцию  $\Theta(x, y, t)$ , с помощью которой можно приближенно описать плотность трещин в изучаемой структуре. В процессе деформации среды до нарушения сплошности разуплотнение последней характеризуют объемным расширением  $\Theta = \text{div } \vec{U}$ , где дивергенция вычисляется от вектора смещения точек среды. При этом предполагается, что компоненты вектора – достаточно гладкие (дифференцируемые) функции. Если рассматривается малый объем  $V_0$ , который после деформации равен  $V_1$ , то  $V_1 = V_0(1 + \Theta)$ . При этом, если среда имела плотность  $\rho_0$ , то после деформации  $\rho_1 = \rho_0/(1 + \Theta)$ . Для больших объемов деформированной среды это разуплотнение существенно. Оно создает аномалию гравитационного поля  $V(x, y, 0) = V^0(x, y)$ , по которой, решая обратную задачу

$$\Delta V = -4\pi\rho_1\Theta, \quad V|_{z=0} = V^0(x, y) \quad (4.6)$$

об определении плотности  $\rho_1(x, y, z) = \rho_0/(1 + \Theta(x, y, z))$ , можем, в принципе, найти разуплотнение  $\Theta$ . (Если эта обратная задача может быть решена единственным образом, а исходная плотность известна.) Основная трудность, вынуждающая рассматривать многодисциплинарные (совмещенные) постановки обратных задач, состоит в том, что задача (4.6) не имеет единственного решения. В ней имеется некорректность: по двумерной известной функции  $V^0(x, y)$  делается попытка найти трехмерную функцию  $\rho_1(x, y, z)$ . Выполнить эту операцию без дополнительной (внешней) информации невозможно.

Значение совмещенных постановок обратных задач в том и состоит, чтобы привлекать дополнительную информацию из новой обратной задачи относительно той же физической величины.

В дальнейших постановках задач будем стараться привлечь как можно больше дополнительной информации о величине  $\Theta(x, y, z, t)$  – объемном расширении среды. В обратной задаче (4.6) для определения плотности  $\rho_1 = \rho_0/(1 + \Theta)$  функцию  $\Theta(x, y, z, t)$  можно назвать *функцией разуплотнения среды*. Эту функцию допустимо считать кусочно-непрерывной, не связывая ее определение с упругим объемным расширением  $\Theta = \text{div } \vec{U}$ , и приравнять суммарному объему трещин в единице объема среды. Число трещин в единице объема можно определить формулой  $N = \Theta/\Theta_L$ , где  $\Theta_L$  – относительный средний объем одиночной трещины длины  $L$ . Эту величину в задачах мониторинга числа трещин предстоит определить из оценки механических параметров среды, средних размеров трещин на предыдущем масштабном уровне развития процесса в очаге с учетом концентрационного критерия (4.1).

Основываясь на *принципе дополненности* геофизических методов [215, 212, 222], для получения надежных оценок функции  $\Theta(x, y, z, t)$  рассмотрим совмещенные обратные задачи для гравитационного и электроразведочного методов, для задачи описания уровня грунтовых вод и сейсмического метода измерения эффективных коэффициентов анизотропии для трещиноватых пород.

Каждый из этих методов основывается на измерении в точках поверхности  $z = 0$  соответствующего геофизического поля

$$U_\nu(x, y, 0, t_k) = U_\nu^0(x, y, t_k), \quad (4.7)$$

где  $t_k = kT_\nu$ ,  $T_\nu$  – интервал времени между моментами регистрации величины поля при его мониторинге.

Для всех геофизических полей, используемых в проблеме прогноза землетрясений, имеются методы решения прямых и обратных задач. В прямых задачах предполагается заданным уравнение поля

$$L_\nu(U_\nu, \alpha_\nu, \beta_\nu) = f_\nu(x, y, z, t), \quad (4.8)$$

граничные условия

$$l_\nu(U_\nu, \alpha_\nu, \beta_\nu)|_s = h_\nu(s, t) \quad (4.9)$$

и начальные данные

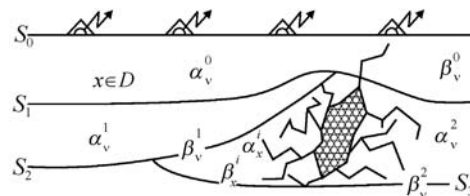
$$U_\nu(x, y, z, t)|_{t=0} = U_\nu^0(x, y, z). \quad (4.10)$$

Здесь  $\alpha_\nu(x, y, z)$ ,  $\beta_\nu(x, y, z)$  – физические и геометрические характеристики среды;  $f_\nu(x, y, z, t)$  – внешние объемные источники поля;  $h_\nu(s, t)$  – источники на поверхности  $S$  (рис. 4.9).

В настоящее время существуют эффективные численные методы решения на компьютерах прямых задач любого типа из упомянутых выше. При их решении должны быть заданы характеристики среды  $\alpha_\nu(x, y, z)$ ,  $\beta_\nu(x, y, z)$ , источники поля и граничная поверхность  $S$ . В обратных задачах задается поле  $U_\nu^0(s_i, t)$  в серии точек  $s_i$  на поверхности  $S$ , указываются искомые характеристики среды  $\alpha_\nu$  и  $\beta_\nu$  или другие элементы задачи (форма поверхности  $S$ , какие-либо источники  $f_\nu$  или  $h_\nu$ ). Все остальные элементы задачи должны быть заданы, как и в прямых задачах.

При постановке обратных задач возможны следующие варианты (см. рис. 4.9):

- 1) раздельно ставятся индивидуальные обратные задачи для каждого метода;
- 2) ставится одна совмещенная обратная задача для группы “ $m$ ” методов, дающих достаточную информацию для определения нужной характеристики среды.



**Рис. 4.9.** Общая схема постановки совмещенной обратной задачи

Индивидуальные обратные задачи имеют, как правило, тот принципиальный недостаток, что испытывают дефицит информации. Хороший пример тому – упомянутая выше обратная задача для гравитационного поля, в которой трехмерная функция плотности среды не может быть определена.

В задаче определения интегрального предвестника  $\Theta(x, y, z, t)$  – функции относительной плотности трещин – используется модель multidисциплинарной (совмещенной) обратной задачи. При этом все геометрические и физические параметры среды, кроме функции  $\Theta(x, y, z, t)$ , считаются известными, а функцию  $\Theta(x, y, z, t)$  полагают не зависящей от времени в течение каждого промежутка между сеансами измерения полей  $t_k = kT_\nu$ .

Для решения совмещенной обратной задачи применяется метод оптимизации.

Обозначим оператор вычисления поля  $U_\nu(x, y, z, t)$  в прямой задаче для метода с номером  $\nu$  через  $\beta_\nu(x, y, z, t, \Theta)$ . Задача состоит в определении  $\Theta(x, y, z, t)$  из условия минимума функционала

$$I(\theta) = \min_{\Theta \in M_\Theta} \sum_{\nu=1}^m \gamma_\nu [U_\nu^0(x, y) - B_\nu(x, y, 0, t_k, \Theta)]^2, \quad (4.11)$$

где  $\gamma_\nu$  – весовые коэффициенты отдельных методов;  $M_\Theta$  – априорное множество возможных решений  $\Theta$ ;  $U_\nu^0(x, y)$  – измеренное поле;  $\beta_\nu(x, y, 0, t_k, \Theta)$  – вычисленное пробное поле.

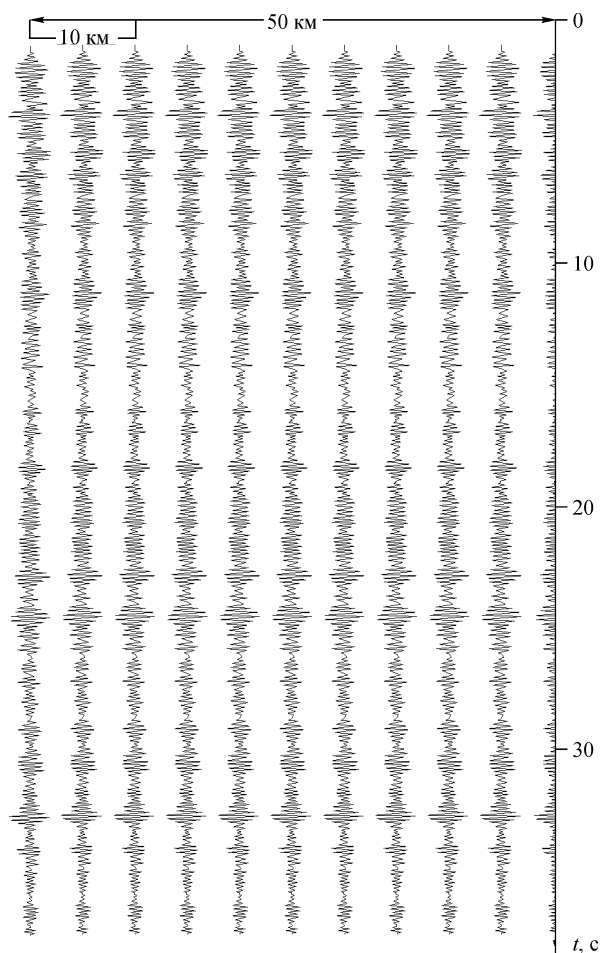
В методе оптимизации возникают существенные вычислительные трудности, связанные с решением большого числа прямых задач для нескольких методов сразу. Кроме того, минимизируемый функционал часто имеет много “оврагов”, что затрудняет поиск глобального минимума. Для успешного решения таких задач требуется использовать высокопроизводительные компьютеры и хорошие начальные приближения к искомым функциям.

Наиболее детальные данные о структуре областей среды с изменяющейся во времени трещиноватостью способен дать сейсмический метод наблюдения продольных и поперечных волн от мощных контролируемых вибросейсмических источников. В случае передвижных мощных источников с использованием систем наблюдений с многократным перекрытием такой метод дает результаты, близкие по разрешающей способности к широко известным результатам сейсмологии и нефтяной сейсморазведке (рис. 4.10).

Оставляя в стороне ряд возможностей активной сейсмологии [223] с мощными вибраторами, сигналы которых регистрируются до расстояний 500–1000 км, изложим лишь схему вибросейсмического просвечивания дилатантных зон очагового и пограничного типов с целью повышения надежности и точности получаемой информации.

### 4.3. Схема вибросейсмического мониторинга сейсмоопасных зон

В Сибирском отделении РАН имеются уникальные экспериментальные данные полевых наблюдений [12, 222]. С помощью созданных образцов вибраторов силой



**Рис. 4.10.** Фрагмент временного разреза ОГТ в районе вибросейсмического полигона “Быстровка” для профиля 0–95 км в предположении одномерного строения земной коры (станции расположены через 5 км)

50, 100, 250 т и систем регистрации с длительным накоплением сигналов получены сейсмограммы на расстояниях до 400 км и записи гармонических сигналов до 1000 км (рис. 4.11, 4.12). На этой основе развиваются методы активной сейсмологии, в которых вместо неуправляемого источника сейсмических сигналов – землетрясения – используется хорошо управляемый механический источник с точно известными координатами эпицентра и временем начала работы.

Для методов активной сейсмологии доступны сейморазведочные схемы наблюдений, алгоритмы и пакеты программ обработки данных.

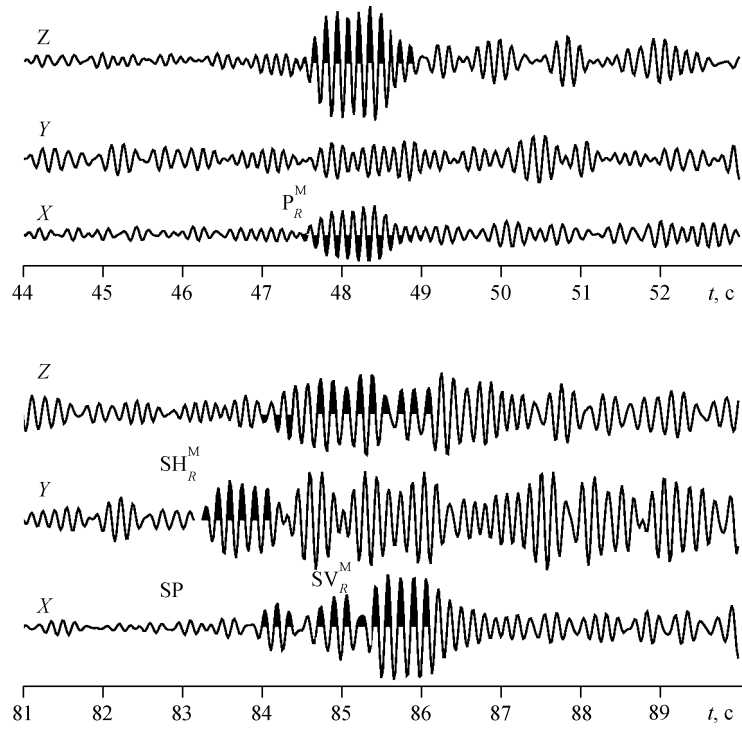


Рис. 4.11. Вибрационные сейсмограммы на расстоянии 312 км (вибратор СВ-100)

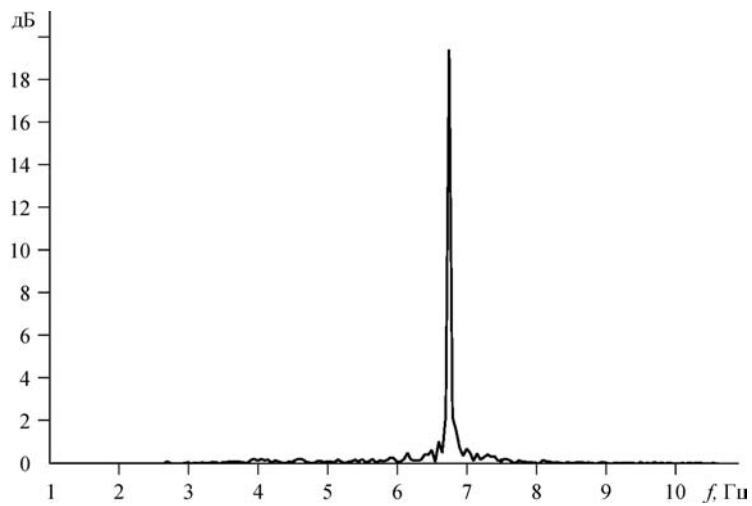


Рис. 4.12. Гармонический сигнал вибратора на расстоянии 520 км



К числу важных проблем активной сейсмологии нужно отнести создание метода вибросейсмического мониторинга сейсмоопасных районов и, в частности, метода определения функции  $\Theta(x, y, z, t_k)$ , характеризующей развитие систем трещин в очаге землетрясения и в зонах образования аномалий геофизических полей. Для определения функции  $\Theta(x, y, z, t_k)$  можно применить схему глубинного сейсмического зондирования совместно со схемой общей глубинной точки на профилях длиной 150–200 км над очагом готовящегося землетрясения (рис. 4.13).

На стадии долгосрочного прогноза период между зондированиями можно выбирать равным полугода–год, на более краткосрочной стадии прогноза нужно учащать зондирования, одновременно детализируя системы наблюдений.

Достаточно частые периодические зондирования среды дают возможность повысить точность.

Можно предполагать, что за периоды времени между зондированиями характеристики среды мало изменятся (именно так и должны выбираться эти периоды). Эти малые изменения свойств среды можно сделать основными элементами изменчивости сейсмических разрезов с помощью метода “межкадровой корреляции” (по существу, путем вычитания последовательных изображений среды одно из другого и анализа приращений).

Из анализа экспериментов по разрушению можно заключить, что изменчивость размеров трещин выше, чем изменчивость доминирующего направления ориентации трещин [298]. Иногда размеры трещин меняются скачкообразно при переходе на следующий масштабный уровень разрушения [84]. Эта особенность задачи мониторинга процессов разрастания систем трещин позволяет упростить и уточнить алгоритмы обработки вибросейсмических наблюдений.

Общая схема мониторинга показана на рис. 4.13. Автоматизация обработки наблюдений по такой схеме предполагает развитие методов миграции, а затем и решения обратных динамических задач для полной системы уравнений теории упругости в анизотропной среде:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \quad (4.12)$$

с обобщенным законом Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ik}(\nu_s, K_s, K_f, \Theta) \varepsilon_{kj}, \quad (4.13)$$

где  $\sigma_{ij}$  – напряжения;  $\varepsilon_{kj}$  – деформации;  $\Phi$  – гравитационный потенциал;  $C_{ik}$  – эффективные параметры анизотропии для трещиноватой среды;  $\nu_s$  – коэффици-

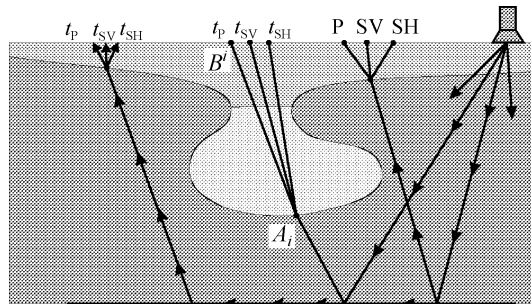


Рис. 4.13. Схема профиля вибросейсмических наблюдений P-, SV-, SH-волн для мониторинга функции  $\Theta(x, y, z)$  в дилатантной зоне

ент Пуассона для вмещающей (упругой изотропной) среды;  $K_s$  – модуль объемной деформации вмещающей среды;  $K_f$  – модуль объемной деформации жидкой или газообразной фазы в поровом пространстве;  $\Theta$  – объемная плотность трещин.

Уравнения (4.12) (часто без члена с гравитационным потенциалом) и (4.13) широко применяются в геофизике для описания сейсмических волн в трещиноватых средах. Существует несколько версий формулировки обобщенного закона Гука (4.13) с коэффициентами анизотропии, аппроксимирующими волновые процессы в трещиноватых средах для достаточно больших длин волн (значительно больших, чем средний размер трещин) [236, 242, 243].

В законе (4.13) явным образом присутствует величина  $\Theta$  (плотность трещин), которая зависит от предполагаемой формы трещин. В работе [257] дана формула

$$e = \frac{2NA^2}{\pi P_e}, \quad (4.14)$$

пригодная для плотной параллельной упаковки плоских эллиптических трещин с площадью  $A$  и периметром  $P_e$ . Утверждается, что она справедлива для любых плоских трещин с выпуклой формой границы.

Уравнения (4.12), (4.13) лежат в основе развиваемых в нефтяной сейсморазведке и сейсмологии методов обработки наблюдений. На практике пока используют упрощенные кинематические подходы (включая методы миграции волновых полей в ОГТ и ГСЗ).

На рис. 4.13 приведена схема профильных наблюдений, отраженных и преломленных волн от границы Мохоровичича в земной коре при вибросейсмическом зондировании очаговой и поверхностной зон дилатансии. Наличие трещин в этих зонах и изменение их объемной плотности в течение периодов между сеансами мониторинга можно определить по изменению коэффициентов анизотропии и скоростей распространения волн. Происходит расщепление поперечной волны S на две: SV и SH на границах зон дилатансии. По запаздываниям  $\Delta t_{SV}$ ,  $\Delta t_{SH}$ , моментов вступления соответствующих волн в точки  $B_{SV}^i$ ,  $B_{SH}^i$  относительно порождающих их волн в точке  $A_i$  можно хорошо известными методами определить глубину и форму границ, а также величины скоростей распространения волн.

Для модели трещиноватости типа [130] скорости всех трех типов волн  $v_P$ ,  $v_{SV}$ , и  $v_{SH}$  приближенно определяются формулой

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + ef(\gamma)}}, \quad (4.15)$$

где  $v_0$  – скорость волны в среде до появления трещин,  $f(\gamma)$  – функция одна и та же для всех типов волн [249, 243],  $\gamma$  – угол между направлением распространения волны и направлением, нормальным к ориентации плоских трещин. Величина  $e$  из (4.13) и (4.14) является у нас искомой функцией  $\Theta(x, y, z, t_k)$ . Она может быть определена не только из наблюдений по схеме вибромониторинга, но и по режимным сейсмологическим наблюдениям скоростей  $v_P(t_k)$ ,  $v_{SV}(t_k)$  и  $v_{SH}(t_k)$  на сейсмостанциях. В последнем случае она определяется менее детально и точно из-за меньшей плотности точек наблюдения и более низкой точности определения времен запаздывания волн. Ее рискованно использовать в качестве началь-

ного приближения для многодисциплинарного мониторинга функции плотности трещин.

#### 4.4. Динамические задачи теории сейсмических волн в проблеме активного сейсмического мониторинга очаговой зоны

Применение вибрационных источников в сейсмологии для изучения строения Земли и мониторинга реологического состояния очаговой зоны открывает новые возможности использования динамики волн и полных сейсмических полей. Они связаны со стабильностью формы сигналов в источнике независимо от точки его приложения и времени начала работы. Однако реализовать их предстоит решением динамических задач для трехмерных реалистичных моделей среды.

Практические приемы количественной обработки и интерпретации материалов наблюдения сейсмических и акустических волн основываются на физических представлениях и математическом аппарате лучевого метода [6]. Этот метод точен лишь в задачах для простых моделей однородных сред (типа однородно-слоистой среды, в которой распространяются плоские волны и т. п.). Для таких моделей справедлива лучевая классификация типов волн: объемных (продольных, поперечных – в сейсмике, ортогонально-поляризованных – в электродинамике), поверхностных и неоднородных. Строгий характер имеют геометрические понятия луча и фронта волн, а также кинематические представления о скоростях распространения, законах отражения и преломления волн разного типа и об их амплитудах.

В более общих задачах эти физические представления и количественные лучевые формулы имеют часто лишь асимптотический смысл в области достаточно высоких частот. От классического лучевого метода в этих случаях приходится переходить либо к его нетривиальным физико-математическим расширениям [49], либо к использованию общих численных методов решения задач для дифференциальных уравнений [31, 124]. Это касается прямых задач расчета волновых полей. Еще более сложны обратные задачи для сложных моделей сред.

Такая ситуация характерна для задач дифракции волн на двухмерных и трехмерных включениях. Использование в таких задачах лучевого метода и основанных на нем кинематических подходов к задачам определения формы и физических свойств тела (к так называемым задачам томографии) сразу встречает принципиальные трудности. Как известно, зона геометрической тени, расположенная позади тела и простирающаяся по законам геометрической оптики до бесконечности, на самом деле “залечивается” динамически.

Метод определения формы дифрагирующего тела и его физических характеристик, предлагаемый в данном пункте, основывается на использовании информации о динамических свойствах волн в точках регистрации [36]. Поэтому его не имеет смысла относить к методам томографии. Условно можно назвать его динамическим методом томографии, если читателю хочется сохранить этот звучный, но имеющий лишь технологический смысл, термин “томография”.

Более корректно относить такие задачи к классу обратных динамических задач дифракции волн, хотя бы потому, что в этих задачах преследуется не только чисто прагматическая цель построить образ рассеивающего тела, но и изучаются проблемы единственности их решения при разных схемах наблюдения, а также вопросы устойчивости решения при постоянно присутствующем дефиците измерительной информации и существовании различного рода ошибок. В первых работах по двумерным обратным кинематическим задачам [26], где построен двумерный разрез верхней мантии Земли по сейсмологическим измерениям кинематического типа вдоль профиля Памир–Байкал, авторы преодолели соблазн ввести вычислительно-популистский термин “сейсмотомография”. Этот термин появился в более поздних работах европейских и американских сейсмологов [76, 158].

#### 4.5. Постановка задачи динамической томографии

За основу рассмотрения обратных динамических задач взята модель волновых процессов, описываемых в рамках скалярного волнового уравнения

$$\left. \begin{aligned} \left( \Delta - c^{-2}(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) U(x, t) &= \delta(t) \delta(x - x_0) && \text{для } x \in \mathbb{R}^3, \quad t \in \mathbb{R}^1; \\ U(x, t) &\equiv 0 && \text{для } x \in \mathbb{R}^3, \quad t < 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

в котором волновое поле  $U(x, t)$  возбуждается сосредоточенным источником, действующим в точке  $x_0$  плоскости  $x_3 \equiv z = 0$  и срабатывающим в момент  $t = 0$  ( $\delta(t)$  – функция Дирака). В дальнейшем переменная скорость представляется в виде суммы

$$c^{-2}(x) = c_0^{-2} + m(x), \quad (4.17)$$

в которой скорость  $c_0 = \text{const}$  считается известной (референц-модель), а искомая добавка  $m(x)$  – малой:

$$\max |m| < c_0^{-2}. \quad (4.18)$$

При этом предполагается, что аномалия  $m(x)$  занимает локальную область, целиком расположенную в полупространстве  $x_3 > 0$  [36]. Следует подчеркнуть, что выбор скалярной волновой модели сделан сознательно из соображений простоты выкладок и максимально достижимой полноты аналитического рассмотрения.

Второе замечание касается того обстоятельства, что задача (4.16) ставится во всем пространстве  $\mathbb{R}^3$ , а не для полупространства – плоскость  $z \equiv x_3 = 0$  в этом случае является фиктивной поверхностью, на которой лишь фиксируется след волнового поля и граничные условия отсутствуют. Учет краевых условий на границе полупространства  $x_3 = 0$  принципиальных трудностей не добавляет и всегда может быть достигнут методом отражения. Формулы преобразования Фурье будем применять в следующей связке:

$$\left. \begin{aligned} \hat{f}(k, \omega) &= \iiint_{-\infty}^{\infty} f(x, t) e^{-i(\omega t + kx)} dt dx \equiv F[f], \\ f(x, t) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \iiint_{-\infty}^{\infty} f(k, \omega) e^{+i(\omega t + kx)} d\omega dk \equiv F^{-1}[f], \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

в которой предполагается существование интегралов Фурье, понимаемых в смысле теории обобщенных функций: класс сингулярных функций медленного роста оказывается подходящим для этих целей.

**Обратная задача** состоит в том, чтобы определить скорость  $c(x)$  по полю  $U(x', x_0, t)$ , наблюдаемому на плоскости  $x_3 = 0$ , которой принадлежит и точка приемника  $x' \equiv (x_1, x_2, 0)$ , и точка источника  $x_0 \equiv (x_{01}, x_{02}, 0)$ .

В соответствии с идеей линеаризации представим полное поле  $U$  в виде суммы двух слагаемых:

$$U(x, x_0; t) = U_0(x, x_0; t) + U_1(x, x_0; t), \quad (4.20)$$

в которой падающее поле  $U_0$  обязано действию в референтной среде  $c_0$  (без аномалии) сосредоточенного источника, а рассеянное поле  $U_1$  определяется условиями

$$\left. \begin{aligned} \left( \Delta - c_0^{-2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) U_1(x, x_0; t) &= m(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} U_0(x, x_0; t) \quad \text{для } x \in \mathbb{R}^3, \quad t > 0; \\ U_1(x, x_0; t) &\equiv 0 \quad \text{для } x \in \mathbb{R}^3, \quad t < 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

Линеаризация задачи состоит в том, что в правой части уравнения (4.21) фигурирует падающее поле  $U_0$  вместо полного поля  $U$ , какое должно было бы появиться при точном переходе от (4.16) к (4.21). Физически это означает, что рассматриваются только однократно рассеянные (дифрагированные, отраженные) волны.

Падающее поле  $U_0$  фактически совпадает с фундаментальным решением волнового оператора с постоянной скоростью и имеет следующий вид:

$$U_0(x, x_0; t) = \frac{1}{4\pi r} \delta\left(t - \frac{r}{c_0}\right), \quad (4.22)$$

где  $r = |x - x_0|$ ,  $x \in \mathbb{R}^3$ ,  $t > 0$ , а точка источника  $x_0$  принадлежит плоскости  $x_3 = 0$ .

Отметим, что выражение (4.22) имеет структуру запаздывающего типа, удовлетворяет условию причинности и для  $t < 0$  тождественно равно нулю, так как  $r$  и  $c_0$  в аргументе дельта-функция суть положительные величины.

Дифрагированное поле  $U_1$  допускает в этом случае интегральное представление в виде запаздывающего потенциала:

$$U_1(x, x_0; t) = \frac{1}{(4\pi)^2} \iiint_D dV_\xi \frac{m(\xi)}{r r_0} \delta''\left(t - \frac{r + r_0}{c_0}\right), \quad (4.23)$$

где  $r = |x - \xi|$ ,  $r_0 = |\xi - x_0|$ , а  $D$  – область, занятая аномалией  $m(x)$  из (4.17) и целиком расположена в пространстве  $x_3 > 0$ .

Дальнейшее исследование протекает по различным сценариям в зависимости от используемой системы наблюдений. Мы рассматриваем две такие системы: систему с фиксированным источником и систему с многократными перекрытиями по источникам и приемникам, для которых удастся получить эффективные алгоритмы решения.

#### 4.6. Система с фиксированным источником

Выражение (4.23) можно рассматривать как функциональное (но не интегральное!) уравнение, связывающее рассеянное поле  $U_1$  с искомой аномалией  $m$ . Дело в том, что рассеянное поле  $U_1$  известно нам только в точках плоскости  $x_3 = 0$ , где оно наблюдается, а в остальных точках полупространства  $x_3 > 0$  оно нам, вообще говоря, не известно (так как не известна аномалия  $m(x)$ ). Поэтому необходимо использовать вместо поля  $U_1$  продолженное поле, построенное с помощью фундаментального решения опережающего типа, и получить для продолженного поля соответствующее интегральное уравнение.

Используя такой сценарий, введем в рассмотрение фундаментальное решение опережающего типа:

$$G_*(x, \xi, t - \tau) = -\frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\delta\left(t - \tau - \frac{|x - \xi|}{c_0}\right)}{|x - \xi|} - \frac{\delta\left(t - \tau + \frac{|x - \xi|}{c_0}\right)}{|x - \xi|} \right\}, \quad (4.24)$$

которое определяется как решение следующей задачи Коши:

$$\left. \begin{aligned} \left( \Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) G_*(x, \xi, t - \tau) &= 0 \quad \text{для } x \in \mathbb{R}^3, \quad t \in \mathbb{R}^1, \\ G_*(x, \xi, 0) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} G_*(x, \xi, 0) &= -c_0^2 \delta(x - \xi) \quad \text{для } t = \tau. \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

Отметим, что уравнение (4.25) записано в координатах точки поля  $(x, t)$ , а координаты источника  $(\xi, \tau)$  играют роль параметров. В отличие от (4.22) решение (4.24) не является функцией причинного типа и существует на отрицательных временах.

Применяя формулу Грина к паре функций  $U_1$  и  $G_*$ , получаем функциональное уравнение, связывающее продолженное поле  $V_{\text{н}}(x, t; x_0)$  с аномалией  $m(x)$ :

$$\frac{1}{(4\pi)^2} \iiint_D dV_{\xi} \frac{m(\xi)}{r r_0} \left\{ \delta''\left(t - \frac{r + r_0}{c_0}\right) - \delta''\left(t - \frac{r - r_0}{c_0}\right) \right\} = V_{\text{н}}(x, t, x_0), \quad (4.26)$$

где  $r = |x - \xi|$ ,  $r_0 = |\xi - x_0|$ .

В отличие от (4.23) стоящее справа в (4.26) поле  $V_{\text{н}}$  известно уже во всем пространстве  $x \in \mathbb{R}^3$ , для всех моментов времени  $t \in \mathbb{R}^1$  и определяется алгоритмом продолжения с плоскости  $x_3 = 0$ :

$$\begin{aligned}
V_{\text{н}}(x, t, x_0) &= 2 \int_0^{\infty} d\tau \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 d\xi_2 U_1(\xi', \tau; x_0) \frac{\partial}{\partial \xi_3} G_*(x, \xi', t - \tau) \\
&= \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 d\xi_2 \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{U_1\left(\xi', t - \frac{r}{c_0}; x_0\right) - U_1\left(\xi', t + \frac{r}{c_0}; x_0\right)}{r} \right\}, \quad (4.27)
\end{aligned}$$

где  $\xi' \equiv (\xi_1, \xi_2, 0)$  и  $r = |x - \xi'|$ .

Таким образом, функциональное уравнение (4.26) имеет структуру интегрального уравнения.

В результате формальных преобразований исследуемое интегральное уравнение (4.24) принимает окончательный вид

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) \delta\left(\frac{r}{2} - \xi \cdot e_x\right) = W(e_x, r), \quad e_x = \frac{x}{|x|}, \quad (4.28)$$

где финитная функция  $f(x)$  дополнена нулями на все  $\mathbb{R}^3$ .

Выражение (4.28) есть каноническая форма преобразования Радона функции  $f(x)$ , для которого существует несколько известных алгоритмов решения задачи.